

三点法で書く2次関数のグラフ

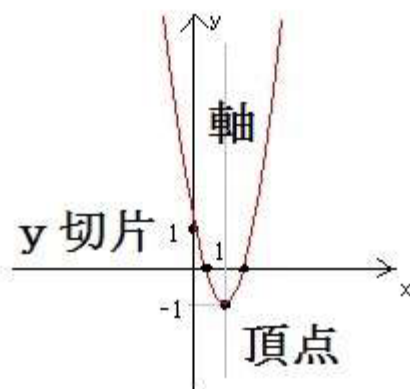
2016. 12. 13 武田

1. 三点法とは

2次関数のグラフを書くときには、対応表を作って八点ほどグラフ上にとって結んでいく方法がありますが、対応表のxの値が連続的に取りにくいので、グラフが丸みを帯びて書くことが難しくなっています。コンピュータなどを使いxの値を連続的に変化させてグラフを書くのを見せることによって、無理やり丸みを出して書くと指導しているのが現状です。

少し勉強が進むと、平方完成という計算方法で2次関数を平方の形にして頂点を読み取って、頂点の作図とy切片の作図と軸の作図をすることで、グラフを書かせることになります。その際にも、丸みを帯びて書けは合言葉です。

例として、 $y=2x^2-4x+1$ のグラフを書いてみる。まず、平方完成させて、 $y=2(x-1)^2-1$ 頂点の座標を読み取って、(1,-1) y切片は標準形ではなく一般形の定数項より +1 軸は $x=1$ となるので、グラフは下記のようになる。



この作図法は、難しい計算である「平方完成」が入りながらの三点（3つポイント）を利用して書くグラフです。

同じ三点ならば、難しい計算の入らない方法がないかと模索する中で生まれてきたのが、これから説明する三点法による作図法です。

2. 最初は y 切片から

y 切片は、定数項より +1 がわかる。2 次関数は軸に対して左右対称だから、必ず y 切片の値 +1 と同じ y 座標を持つ点があるはず。これが 2 点目になります。計算は次のようにして求めます。

$y=2x^2-4x+1$ のyに、y切片の値+1を代入して、

$$1=2x^2-4x+1$$

$$2x^2-4x=0$$

$2x(x-2)=0$ …難しいとしたら、この共通因数 $2x$ でくるところだろう。

$x=0, x=2$ …ここの $x=0$ を求めるところもミスが多い。

したがって、2 点目は (2,1) となる。

3. 頂点の求め方

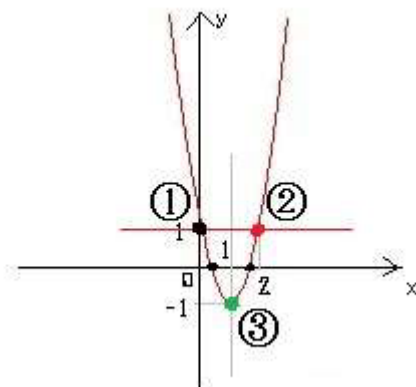
y 切片 (0,1) と 2 点目の点 (2,1) の真ん中に軸があり、そのどこかに頂点があるはずだから、軸は $x = (0 + 2) / 2 = 1$ したがって、 $x = 1$

この軸 $x = 1$ と $y = 2x^2 - 4x + 1$ が交わったところが頂点だから、 $x = 1$ を代入して

$$y = 2(1)^2 - 4(1) + 1 = 2 - 4 + 1 = -1$$

したがって、頂点は $(1, -1)$ と求まる。これが3点目です。

以上の3点を結んで丸みを帯びて描けば、例題の2次関数のグラフが出来上がる。



平方完成の計算が再度出てくるのは、円の中心の座標を出すときだが、そのときにはほとんど忘れていたので、2次関数のグラフを書くために使わなくても良いのではないと思っている。