

武田 利一 様

2012.3.11

林 邦英

日本大学の方に3次収束に関する資料を送っていただきました。 $\sqrt[3]{2}$ の数値計算の方が平方根の近似分数の分析よりも良かったのではと思いました。立方根の方が式が簡単だからです。

$$X^{\frac{1}{3}} \doteq \frac{(3+1) \cdot X + (3-1)}{(3-1) \cdot X + (3+1)}$$

$$\doteq \frac{4X + 2}{2X + 4}$$

$$\doteq \frac{2X + 1}{X + 2}$$

$$\doteq 1 + \frac{X-1}{X+2}$$

← Xの係数は1です。

Xに $1+a$ を代入すると

$$\sqrt[3]{1+a} \doteq 1 + \frac{a}{3+a}$$

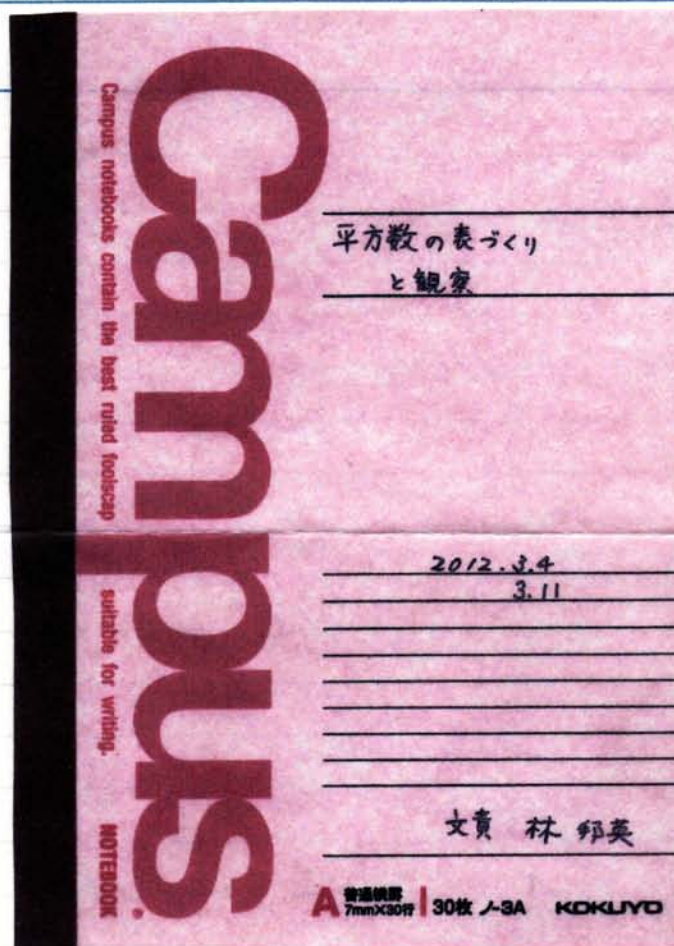
← aの係数は1です。

3月10日と11日は「ケリーベルクワイア チャリティ ハンドベルコンサート」に行きました。ケリーベルクワイアは金城学院の卒業生在学生のオのグループで1984年に結成されました。

「平方数の表づくりと観察」のレポートを作り直しました。実際に表を作ると大変な労力があることがわかります。どうすれば簡単に作ることができるのか、表を作る作業の中で考えるのはごく普通のことだと思います。

数学ではなぜこうなるのかの説明も大切なことです。一の位、十の位の数値の並び方について、式を示しました。

苦勞して表を作ったので観察をしました。これ以外の観察例があると思うのですが思いつきません。よろしければお知らせ下さい。



① 平方数の表づくり

(ア) 1つづつ かけ算をして求める。

(イ) $(N+1)^2 = N^2 + 2N + 1$ を利用する。

$$10^2 = 100$$

$$11^2 = (10+1)^2$$

$$= 10^2 + 2 \times 10 + 1$$

$$= 100 + 20 + 1$$

$$= 121$$

(ウ) 一の位, 十の位, それ以上の数字の
ならび方を調べると。

筆算で平方数の表をつくる場合の効率的な
方法は?

2

N=1よりN=10の表の観察

九九を使って。

N	N^2	差を求める。
1	1	
2	4	3 = 2 + 1 = 2 × 1 + 1
3	9	5 = 4 + 1 = 2 × 2 + 1
4	16	7 = 6 + 1 = 2 × 3 + 1
5	25	9 = 8 + 1 = 2 × 4 + 1
6	36	11 = 10 + 1 = 2 × 5 + 1
7	49	13 = 12 + 1 = 2 × 6 + 1
8	64	15 = 14 + 1 = 2 × 7 + 1
9	81	17 = 16 + 1 = 2 × 8 + 1
10	100	19 = 18 + 1 = 2 × 9 + 1

$$(5+a)^2 = 25 + 10a + a^2$$

3

N=10よりN=20の表の観察

$(N+1)^2 = N^2 + 2N + 1$ を利用して。

N	N^2
10	100
11	100 + 20 + 1 = 121
12	121 + 22 + 1 = 144
13	144 + 24 + 1 = 169
14	169 + 26 + 1 = 196
15	196 + 28 + 1 = 225
16	225 + 30 + 1 = 256
17	256 + 32 + 1 = 289
18	289 + 34 + 1 = 324
19	324 + 36 + 1 = 361
20	361 + 38 + 1 = 400

4

N = 20 より N = 30 の表の観察

N	N ²	
20	400	400
21	400 + 40 + 1 =	441
22	441 + 42 + 1 =	484
23	484 + 44 + 1 =	529
24	529 + 46 + 1 =	576
25	576 + 48 + 1 =	625
26	625 + 50 + 1 =	676
27	676 + 52 + 1 =	729
28	729 + 54 + 1 =	784
29	784 + 56 + 1 =	841
30	841 + 58 + 1 =	900

$$(25+a)^2 = 625 + 50a + a^2$$

5

平方数の表 (N=1より N=100)

N	N ²	N	N ²
1	1	11	121
2	4	12	144
3	9	13	169
4	16	14	196
5	25	15	225
6	36	16	256
7	49	17	289
8	64	18	324
9	81	19	361
10	100	20	400

6

N	N ²	N	N ²
21	441	31	961
22	484	32	1024
23	529	33	1089
24	576	34	1156
25	625	35	1225
26	676	36	1296
27	729	37	1369
28	784	38	1444
29	841	39	1521
30	900	40	1600

7

N	N ²	N	N ²
41	1681	51	2601
42	1764	52	2704
43	1849	53	2809
44	1936	54	2916
45	2025	55	3025
46	2116	56	3136
47	2209	57	3249
48	2304	58	3364
49	2401	59	3481
50	2500	60	3600

$$(50+a)^2 = 2500 + 100a + a^2$$

8

9

Date

N	N ²	N	N ²
61	37 21	71	50 41
62	38 44	72	51 84
63	39 69	73	53 29
64	40 96	74	54 76
65	42 25	75	56 25
66	43 56	76	57 76
67	44 89	77	59 29
68	46 24	78	60 84
69	47 61	79	62 41
70	49 00	80	64 00

N	N ²	N	N ²
81	65 61	91	82 81
82	67 24	92	84 64
83	68 89	93	86 49
84	70 56	94	88 36
85	72 25	95	90 25
86	73 96	96	92 16
87	75 69	97	94 09
88	77 44	98	96 04
89	79 21	99	98 01
90	81 00	100	100 00

10

⑧ 平方数の表 1² から 100² の観察

① 平方数の下2桁が00に近い場合をさがす。

平方数の上2桁がA²・Bになる場合をさがす。

N	N ²	
14	→ 196	$\sqrt{2} \approx 1.4$
36	→ 1296	$\sqrt{13} \approx 3.6$
48	→ 2304	$\sqrt{23} \approx 4.8$
49	→ 2401	$2\sqrt{6} \approx 4.9$
		$\sqrt{6} \approx 2.45$
51	→ 2601	$\sqrt{26} \approx 5.1$
52	→ 2704	$3\sqrt{3} \approx 5.2$
		$\sqrt{3} \approx 1.733$
53	→ 2809	$2\sqrt{7} \approx 5.3$
		$\sqrt{7} \approx 2.65$

11

8桁電卓を使って

② $\sqrt{10}$ の近似値を求める。

(ア) $31 \rightarrow 961$

$32 \rightarrow 1024$ を使って

$1024 - 961 = 63$

$1000 - 961 = 39$

$3.1 + 39/63 \div 10 =$

$3.1 + 13/21 \div 10 = 3.1619047$

$3.1619047^2 = 9.9976413$

(イ) $95 \rightarrow 9025$ を使って

$3\sqrt{10} \approx 9.5$

$\sqrt{10} \approx 3.166$

$3.1666666^2 = 10.027777$

12

精度のちがう数値の利用法

③ $\sqrt{2}$ の近似値を求める。

$$14 \rightarrow 196$$

$$99 \rightarrow 9801 \quad \text{を便して}$$

$$98 = 7^2 \times 2$$

$$98.01 \div 49 = 2.000204$$

$$9.9 \div 7 = 1.4142857$$

$$1.4142857 - 1.4 = 0.0142857$$

$$2.00 - 1.96 = 0.04$$

$$0.04 \div 0.0142857 = 2.8000028$$

$$\approx 2.8$$

$$2.8 \div 1.4 = 2$$

整理すると

$$1.4 + 0.04 \div 1.4 \div 2 = 1.4142857$$

$$\sqrt{A^2+x} \approx A + \frac{x}{2A}$$

14

⑤

$$51 \rightarrow 2601$$

$$52 \rightarrow 2704$$

$$53 \rightarrow 2809 \quad \text{を便して}$$

$$\sqrt{26} \approx 5.099 \quad 0197$$

$$\sqrt{27} \approx 5.196 \quad 1539$$

$$\sqrt{28} \approx 5.291 \quad 5095$$

$$501 \rightarrow 251001$$

$$502 \rightarrow 252004$$

$$503 \rightarrow 253009$$

$$\sqrt{25.1} \approx 5.00999001997$$

$$\sqrt{25.2} \approx 5.01996015937$$

$$\sqrt{25.3} \approx 5.02991053678$$

13

④ 精度を良くする。

$$99 \rightarrow 9801 \quad \text{を便して}$$

 $\sqrt{2}$ の近似値は

$$(9.9 - 0.01 \div 9.9 \div 2) \div 7 =$$

$$1.4142135$$

$$95 \rightarrow 9025 \quad \text{を便して}$$

 $\sqrt{10}$ の近似値は

$$(9.5 - 0.25 \div 9.5 \div 2) \div 3 =$$

$$3.1622807$$

$$52 \rightarrow 2704 \quad \text{を便して}$$

 $\sqrt{3}$ の近似値は

$$(5.2 - 0.04 \div 5.2 \div 2) \div 3 =$$

$$1.7320513$$

15

⑥

(ア) 1^2 から 10^2 を加えると

$$385$$

 1^2 から 100^2 を加えると

$$338350$$

 1^2 から 1000^2 を加えると

$$\{ \quad ? \quad \}$$

(イ) N N² 和

$$1 \quad 1 \quad 1$$

$$2 \quad 4 \quad 5$$

$$3 \quad 9 \quad 14 \quad 14 = 2 \times 7$$

$$4 \quad 16 \quad 30 \quad 30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$5 \quad 25 \quad 55 \quad 55 = 5 \times 11$$

$$6 \quad 36 \quad 91 \quad 91 = 7 \times 13$$