武田　利一　様

2014.11.8

林　邦英

郵便局では年賀状の販売が始まりました。少し早いですが今年一年をふり返ってみました。

三角比の表が簡単に作ることができることがわかりました。

$$\frac{\sin\alpha \pm \sin\beta}{\cos\alpha + \cos\beta} = \tan\frac{\alpha \pm \beta}{2}$$

の公式に出あうことができたことは幸運でした。

レポート（2014.8.10）の問題1について整理しました。

志賀　浩二さんの書かれた「無限のなかの数学」（岩波新書）を読み直しました。

P.88の図2.15とP.96の図2.18の「小さい三角形」の分析が近代ヨーロッパにおいての三角関数の級数展開の研究の始まりの「核心」であったことを確認しました。

P.110の1行目より7行目では研究の流れをおおまかにまとめてあります。

中世インドの研究はよくわかりませんが、角度を変化させた時に、弦と弧の差がどのように変化するのかを数値として分析したことが「核心」であったように思います。どちらも「変化量」を分析していることに共通点があります。P.88の図では、Δx（tanの変化量）とΔy（円弧の変化量）を調べています。

問題1は中世インドの方法に近いと思っています。レポートでは3つの数値実験を示しました。

①sinとtanの比重を変えて平均すると。

②tanと円弧の差を角度を変えて調べます。

③1とcosの差を角度を変えて調べます。

①の実験は2009年の秋に行ないましたが、なぜ近似式になるのかの理由を説明することができませんでした。今年の春に行った②の実験で知ったことを使うとうまく説明で

きました。

①の$(2S+T)\div3 \fallingdotseq \pi\div120$より

$\sin \rightarrow A+(-1)\cdot B$

$\tan \rightarrow A+(+2)\cdot B$

（Aは円弧　Bはsin，tanの成分の単位）

このように表わすことができることがわかります。

②の実験より、角度が半分になった時、

$A \rightarrow$ 2分の1

$\sin \rightarrow (-1)\cdot B$ の 8分の1（約）

$\tan \rightarrow (+2)\cdot B$ の 8分の1（約）

となることがわかります。

このZつを手がかりにして、

$(S+T)\div4$

$=\{2A+(+1)\cdot B\}\div4$

$=(\frac{1}{2})\cdot A+(\frac{1}{8})\cdot(+2)\cdot B$

$(3S+T)\div8$

$=\{4A+(-1)\cdot B\}\div8$

$=(\frac{1}{2})\cdot A+(\frac{1}{8})\cdot(-1)\cdot B$

このように説明します。

③の実験の結果を利用してsinとcosの式の決定を行いましたが、愛知県の2人の方より、代数による方法での係数の決定法を教えていただきました。

〔A〕

$\cos x = 1 - a_1 x^2 + a_2 x^4$

$\sin x = x - b_1 x^3 + b_2 x^5$

とした時a_1, a_2, b_1, b_2の決定法

$$\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \\ \sin 2x = 2\sin x \cos x \end{cases}$$

の式を使います。

〔B〕

$\cos x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \cdots$

$\sin x = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3 + \cdots$

と仮定し、係数を決定する方法

$$\begin{cases} \cos 0 = 1, \sin 0 = 0, \lim_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1 \\ \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \\ \cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \end{cases}$$

の式を使います。

数値分析による実験式のあいまいさを補うために代数による説明は必要だと思いました。

質問＜２５８２＞２００５／９／１０より「数学史の自習室」を知りました。

『英国の教科書に見る「差分」の指導』は興味深く読みました。「対角列」のことを私は「階差０項数列」と呼んでいたことがわかりました。英国の数学教育の方法論に関心をもちました。

２．差分表

３．対角列から差分表を作ること

４．差分表を使って多項式を求める。

の説明の方法はおもしろいと思いました。

P．７の（注）に

１　Casio　fx－７７００G

２　Sharp　EX－９２００／９３００

３　Texas　TL－８１／８２

が紹介されているのにおどろきました。

まとまらない内容になり、もうしわけありません。