

武田利一様

おいそがしい日々をすごされていると思います。お体に気をつけて下さい。

「 M 乗数の和の公式を求める考え方」を冊子の形にしました。もしよろしければ御意見をお知らせ下さい。

$M=1$ 自然数の場合は等差数列の性質を使って求めます。

$M=2$ 平方数, $M=3$ 立方数の場合は $M=1$ との比を使います。

$M=4$ 以上では工夫がいろいろあります。[P.13下]の表より $M=4, M=6, M=8$ と

$M=5, M=7, M=9$ に分けることができることがわかります。[P.1]の4乗数

の場合は n^2 の和との比を [P.2] 5乗数の場合は n^3 の和との比を使う方

がよいことを確かめることができます。[P.14]の $M=4$ $7 \times 47 = 329$

$M=5$ $73 \times 29 = 2119$ の 329 と 2119 の使い方をします。 $n=10$ の時の

数値です。 $n=10$ とした時に 329 や 2119 となるような式をいくつか作り

正しいかどうかを $n=10$ 以外の場合で確かめる方法は、原理としては単純

ですが計算が大変です。 $M=6$ $13 \times 2767 = 35971$ と桁数が増える

と予想される式の数が多くなります。私は階差を作り分析しました。階差の

使い方は [P.15-P.16] で紹介しました。[P.1-P.2] の方法と [P.16下] の方法

をくらべると [P.1-P.2] では計算を分割していることがわかります。 $M=7$ 7乗数

や $M=8$ 8乗数の場合に役に立ちます。[P.3-P.4] は「+進法を利用する

係数分解法」の元になる数表です。私の使ったポケット・コンピュータの

有効桁数 10 桁に数値は制限されています。指数表示は $\times 10^{99}$ までです。有効桁数の大きい計算機を使うことで係数の特定が簡単になります。〔P.5-P.6〕では $M=8 \sim M=10$ の場合を紹介しました。

第3項の予想を使います。 $M=7$ の時 $\frac{1}{8}N^8 + \frac{1}{2}N^7 + \frac{7}{12}N^6 - \frac{7}{24}N^4 + \frac{1}{12}N^2$

第3項の係数は $\frac{7}{12}$ となります。7に着目し、 $M=2 \sim M=6$ の場合を

調べます。 $M=2 \quad \frac{1}{6} \rightarrow \frac{2}{12} \quad M=3 \quad \frac{1}{4} \rightarrow \frac{3}{12} \quad M=4 \quad \frac{1}{3} \rightarrow \frac{4}{12}$

$M=5 \quad \frac{5}{12} \rightarrow \frac{5}{12} \quad M=6 \quad \frac{1}{2} \rightarrow \frac{6}{12}$ 係数は $\frac{M}{12}$ 。 $M=5$ 以上では $N=10$ の数値の

有効活用が勝負所です。 $M=8 \quad \frac{8}{12} \Rightarrow \frac{2}{3} \quad M=9 \quad \frac{9}{12} \Rightarrow \frac{3}{4} \quad M=10 \quad \frac{10}{12} \Rightarrow \frac{5}{6}$

を予想することが出来ます。〔P.5上左〕〔P.5上右〕は係数 $\frac{7}{12}$ で苦労しま

した。 $100000 \div 46444 = 2.1531306$ の部分です。10桁の電卓を使います。

$$100000 \div 46444.777 = 2.15309463107$$

$$-2 = \div = 6.53190770316$$

$$-6 = \div = 1.88002541429$$

$$-1 = \div = 1.13633081927$$

		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{28}$
$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{6}{13}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{13}{28}$

46444 とくらべると

小

Ⓓ

小

$$6 \div 13 = 0.46153846153$$

$$7 \div 15 = 0.46666666666$$

$$13 \div 28 = 0.46428571428$$

このようにして決定しました。

〔P.5 下左〕で $N=1$ の場合が 1 になるかどうかを確かめます。

M 乗数の数列の和の $N=1$ の時は必ず 1 になるからです。

この性質を使い〔P.11 下〕で 第8項が $S(1) = 10 \times 691 / 32260$ で求められることをみつけました。〔P.7 - P8〕の第4項の観察で重要なことは、数列と数列の組み合わせです。この場合では パスカルの三角形によって作られる数列と場所が気がつくことです。第3項の場所がわかれば、第5項、第6項と分析がすすみます。 $M=10$ はすでにわかっているので 第7項は $n=8$ と対応させ $\times 1/132$ がわかり $M=11$ の和の公式を求めることができます。〔P.11 上〕

〔P.6 下左〕の計算は $\frac{75}{99}$ を求めるために〔P.6 上右〕の「小数部分」をくわしく計算したことを記録したものです。 0.756 ではなく 0.757575 であれば $\frac{75}{99}$ とできます。 $N=10$ の時の値ですので $\frac{75}{990} = \frac{5}{66}$ となります。
 $+\frac{5}{66}N$ はこのようにして決定しました。

後半の〔P.15 - P.26〕は「階差0項数列」の紹介です。〔P.15 上右〕の方法によって作られる数列です。 $N - N$ の和 - $N^2 - N^2$ の和 - $N^3 - N^3$ の和 - N^4 というサンドイッチ構造の数列をパスカルの三角形の作り方を少し変形することで作ることができます。〔P.15 下左〕〔P.15 下右〕の変化の規則性を調べることで使い方がわかります。右から数を成分ごとにとりつくします。〔P.16〕

[P.17-P.20] は階差数列の分析です。[P.19上]で $M=4$ の場合の階差数列の一般項の式の作り方を示しました。パスカルの三角形によって作られる数列と階差0項数列の積によって、式の係数を求めることができます。[P.20下] は、 $6N^4 + 5N^3 + 4N^2 + 3N + 2$ の場合の階差数列の一般項を求める方法です。 $144N + 246$ は別の方法でも求めることができます。 $72N^2 \rightarrow 72 \times 2 \cdot N^{(2-1)} = 144 \cdot N$ (微分)

$$72N^2 + 174N + 122 \text{ の } 72 \text{ と } 174 \text{ を使って } 72 + 174 = 246$$

これは [P.20上] の分析でわかります。

	(左)		(右)
定数項	$2 + 3 = 5$		$3 + 4 + 5 = 12$
			$9 + 17 = 26$
N			$3 \times 3 + 4 \times 2 = 17$

$$[P.20下右] \quad \left. \begin{array}{l} 6 \times 4 + 5 \times 3 + 4 \times 2 = 47 \\ 24 \times 3 + 5 \times 2 = 174 \end{array} \right\} N$$

$$\left[\begin{array}{l} 51 - 5 \times 3 = 36 \\ 36 \div 6 = 6 \end{array} \right] \text{ この部分は } N^2 \text{ の場合を調べる} \\ \text{とわかります。}$$

[P.24-P.26] は未完成です。三角数と台形数の比を調べることで台形数によって作られる数列の一般項を以前よりも効率的に求めることができることわかりました。

平方数の和の数列の一般項を求める考え方

⑦ 十進法を利用する係数分解法

平方数の 1 から n までの和 $n = 10$ 3 8 5
 $n = 100$ 33 83 50
 数字の並び方に着目します。 $n = 1000$ 333 833 500

$33333 \dots$ が $\frac{1}{3}$ になっている $\Rightarrow \frac{1}{3} = 0.33333 \dots$ ではないか?

$$\begin{array}{r} n=100 \text{ を使って} \\ 100^3 \times \frac{1}{3} \\ 100^2 \times \frac{1}{2} \\ 100 \times \frac{1}{6} \end{array} \quad \begin{array}{r} 33 \ 83 \ 50 \\ - 33 \ 33 \ 33 \ 333 \dots \\ \hline 50 \ 16 \ 666 \dots \\ - 5000 \\ \hline 16 \ 666 \dots \\ - 16 \ 666 \dots \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n$$

① 素数を利用する要素分析法

n	1	n^2	1	n^2 の和	1	1	n	$n+1$	$2n+1$
2	4	5	5	5	2	2	2	3	5
3	9	14	2・7	2・3	5	5	3	4	7
4	16	30	2・3・5	2・3	5	5	4	5	9
5	25	55	5・11	5	6	6	5	6	11
6	36	91	7・13	6	7	7	6	7	13
7	49	140	2・2・5・7	7	2・2	2	7	2・2	5・7

$$\frac{1}{6} \cdot n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)$$

○ の数字をかかると ⑥ になる。

④ 階差を使う方法

①	(0)	1	5	14	30	55
②	(1)	4	9	16	25	
③ 次式	(3)	5	7	9		
	(2)	2	2			

$$\begin{array}{l} n^3 \quad \frac{1}{3} \times (1.6.6) - \frac{1}{3} \times (-2) - \frac{2}{3} \\ n^2 \quad \frac{1}{2} \times (1.2) - \frac{1}{2} \times (-1) - \frac{1}{2} \\ n \quad \frac{1}{6} \times (1) - \frac{1}{6} \times (-1) - \frac{1}{6} \end{array}$$

平方数・立方数の和の公式を自然数の和の数列との比を利用して

n	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	求める考え方
自然数	1	2	3	4	5	6	7	8	
和	1	3	6	10	15	21	28	36	⑦
平方数	1	4	9	16	25	36	49	64	
和	1	5	14	30	55	91	140	204	①
立方数	1	8	27	64	125	216	343	512	
和	1	9	36	100	225	441	784	1296	②
①	1	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{3}$	3	$\frac{11}{3}$	$\frac{13}{3}$	5	$\frac{17}{3}$	
⑦	$\frac{3}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{9}{3}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{13}{3}$	$\frac{15}{3}$	$\frac{17}{3}$	

分母を3に
すると

$$\frac{1}{3} \times (2n+1) \text{ であることがわかります。}$$

自然数の和の公式は $1 + 2 + 3 + \dots + 8 + 9 + 10$ $n=10$
 $10 + 9 + 8 + \dots + 3 + 2 + 1$
 $11 + 11 + 11 + \dots + 11 + 11 + 11$ $\frac{11 \times 10}{2} = 55$

$$\frac{1}{2} \times n \times (n+1)$$

平方数の和の公式は $\frac{1}{2} \times n \times (n+1) \times \frac{1}{3} \times (2n+1)$
 $= \frac{1}{6} n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)$
 $= \frac{1}{3} n^3 + \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{6} n$

立方数は

n ① ② ③ ④ ⑤ $\left\{ \frac{1}{2} \cdot n \cdot (n+1) \right\}^2 = \frac{1}{4} n^2 (n+1)^2$
 $= \frac{1}{4} n^4 + \frac{1}{2} n^3 + \frac{1}{4} n^2$

比を調べてみようというアイデアを使います。

4乗数の和の場合

n	n^4 の和	n の和	n^4 の和/ n の和	n^2 の和	n^4 の和/ n^2 の和	階差1	階差2 (2次式)
0	0	0	0	0	$(-1/5)$		
1	1	1	1	1	1	$1/5$	$(1/5)$
2	17	3	$5\frac{2}{3}$	5	$3\frac{2}{5}$	$2\frac{3}{5}$	$1/5$
3	98	6	$16\frac{1}{3}$	14	7	$3\frac{3}{5}$	$1/5$
4	354	10	$35\frac{3}{5}$	30	$11\frac{4}{5}$	$4\frac{4}{5}$	$1/5$
5	979	15	$65\frac{4}{15}$	55	$17\frac{4}{5}$	6	$1/5$
6	2275	21	$108\frac{1}{3}$	91	25	$7\frac{1}{5}$	$1/5$
7	4676	28	167	140	$33\frac{3}{5}$	$8\frac{3}{5}$	$1/5$
8	8772	36	$243\frac{2}{3}$	204	43	$9\frac{3}{5}$	$1/5$
9	15333	45	$340\frac{11}{15}$	285	$53\frac{4}{5}$	$10\frac{4}{5}$	$1/5$
10	25333	55	$460\frac{3}{5}$	385	$65\frac{4}{5}$	12	

$$\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) \cdot \frac{1}{5}(3n^2+3n-1) \times \frac{1}{5} = \frac{1}{30}n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)$$

$\frac{n^4 \text{の和}}{n \text{の和}}$ を使うと計算がめんどくさくなります。
(3次式を補正するので)

$$n(1) \times 3$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ -3 \\ \hline 0 \end{array}$$

5乗数の場合

$n=10$ までの和の数値を使って

n^5 の和/
 n^3 の和
を調べます。

$$\begin{array}{l} 220825 \div 55 = 4015 \\ (n^2) \div 385 = 573 \frac{4}{5} \\ (n^3) \div 3025 = 73 \end{array} \quad 4015 \div 55 = 73$$

n	n^5 の和	n^3 の和	n^5 の和/ n^3 の和	階差1	階差2 (2次式)
0	0	0	$(-1/3)$	定数項	
1	1	1	1	$(1/3)$	$(1/3)$
2	33	9	$3\frac{2}{3}$	$2\frac{2}{3}$	$1/3$
3	276	36	$7\frac{2}{3}$	4	$1/3$
4	1300	100	13	$5\frac{1}{3}$	$1/3$
5	4425	225	$19\frac{2}{3}$	$6\frac{2}{3}$	$1/3$
6	12201	441	$27\frac{2}{3}$	8	$1/3$
7	29008	784	37	$9\frac{1}{3}$	$1/3$
8	61776	1296	$47\frac{2}{3}$	$10\frac{2}{3}$	$1/3$
9	120825	2025	$59\frac{2}{3}$	12	$1/3$
10	220825	3025	73	$13\frac{1}{3}$	

$$\frac{1}{4}n^2(n+1)^2 \cdot \frac{1}{3}(2n^2+2n-1) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}n^2(n+1)^2(2n^2+2n-1)$$

1 から N までの M 乗数の和
(数値はポケット・コンピュータを使用)

$M = 1$

$N = 10$

$N = 100$

$N = 1000$

55
5050
500500

$M = 2$

$N = 10$

$N = 100$

$N = 1000$

385
338350
333833500

$M = 3$

$N = 10$

$N = 100$

3025
25502500

$M = 4$

$N = 10$

$N = 100$

25333
2050333330

$M = 5$

$N = 10$

$N = 100$

$N = 1000$

220825
 $1.717083325 \times 10^{11}$
 $1.671670833 \times 10^{17}$

表 1

$M = 6$

$N = 10$

$N = 100$

$N = 1000$

1978405

$1.479071412 \times 10^{13}$

$1.433576429 \times 10^{20}$

$M = 7$

$N = 10$

$N = 100$

$N = 1000$

18080425

$1.300583304 \times 10^{15}$

$1.255005833 \times 10^{23}$

$M = 8$

$N = 10$

$N = 100$

$N = 1000$

167731333

$1.161777731 \times 10^{17}$

$1.116117778 \times 10^{26}$

$M = 9$

$N = 10$

$N = 100$

$N = 1000$

1574304985

$1.05074993 \times 10^{19}$

1.0050075×10^{29}

$M = 10$

$N = 10$

$N = 100$

$N = 1000$

14914341925

$9.599241424 \times 10^{20}$

$9.140992424 \times 10^{31}$

⑧ $M=8$ の場合

$$N=10 \quad 167731333$$

$$N=100 \quad 1.161777731 \times 10^{17}$$

$$N=1000 \quad 1.116117778 \times 10^{26}$$

$$\frac{1}{9} \quad 1161777731 \dots$$

$$\frac{1}{2} \quad 5066666666 \dots$$

$$\frac{2}{3} \quad 6666666666 \dots$$

32進AとBと

$$\frac{7}{12} \rightarrow \left[\frac{8}{12} \right] \rightarrow \frac{3}{3}$$

$$\left[\frac{8}{12} \right] \rightarrow \frac{3}{4} \quad \left[\frac{10}{12} \right] \rightarrow \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{9} \times 10^9 \quad 167731333$$

$$\frac{1}{2} \times 10^8 \quad 56620221.888$$

$$\frac{2}{3} \times 10^7 \quad 6620221.888$$

$$- 6666666.666$$

$$- 46444.777$$

$$100000 + 46444 = 2.1531904$$

$$\frac{4}{13} \left[\frac{7}{15} \right] \frac{13}{28}$$

$$7 \div 15 = 0.4666666$$

$$- \frac{7}{15} \times 10^5 \quad - 46444.777$$

$$46666.666$$

$$\frac{2}{9} \times 10^3 \quad 221.888$$

$$- 222.222$$

$$- 0.333$$

⑨ $M=9$ の場合

$$N=10 \quad 1574304985$$

$$N=100 \quad 1.05074993 \times 10^{19}$$

$$N=1000 \quad 1.0050075 \times 10^{27}$$

$$\frac{1}{10} \times 10^9 \quad 1574304985$$

$$- 1000000000$$

$$\frac{1}{2} \times 10^8 \quad 574304985$$

$$- 500000000$$

$$\frac{3}{4} \times 10^7 \quad 74304985$$

$$- 75000000$$

$$\frac{7}{10} \times 10^6 \quad - 695015$$

$$700000$$

$$\frac{1}{2} \times 10^4 \quad 4985$$

$$- 5000$$

$$\frac{15}{100} = \frac{3}{20} = \frac{3}{20} \times 10^2 \quad - 15$$

$$- \frac{1}{30} \times 10 \quad - 0.333$$

$$0.333$$

$$0$$

 $M=8$ の場合

$$\frac{1}{9} N^9 + \frac{1}{2} N^8 + \frac{2}{3} N^7 - \frac{7}{15} N^6 + \frac{2}{4} N^5 - \frac{1}{30} N$$

$$\left[\frac{1}{9} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{7}{15} + \frac{2}{4} - \frac{1}{30} \right]$$

$$= \frac{1}{90} (10 + 45 + 60 - 42 + 20 - 3)$$

$$= \frac{1}{90} (-90) = -1$$

 $N=1$ の場合は成立

$$\frac{1}{10} N^{10} + \frac{1}{2} N^9 + \frac{3}{4} N^8 - \frac{7}{10} N^7 + \frac{1}{2} N^6 - \frac{3}{20} N^5$$

⑩ $M=10$ の場合

$$N=10 \quad 14914341925$$

$$N=100 \quad 9.599241424 \times 10^{20}$$

$$N=1000 \quad 9.140992424 \times 10^{31}$$

$$\frac{1}{11} \times 10^{11} \quad 14914341925$$

$$- 9090909090.909$$

$$\frac{1}{2} \times 10^{10} \quad 5823432834.090$$

$$- 5000000000$$

$$\frac{5}{6} \times 10^9 \quad 823432834.090$$

$$- 833333333.333$$

$$- 1 \times 10^8 \quad - 9900449.243$$

$$10000000.000$$

$$- 1 \times 10^5 \quad 99500.756$$

$$- 100000$$

$$- 499.243$$

$$- \frac{1}{2} \times 10^7 \quad - 499.243$$

$$500.$$

$$0.756$$

$$- 909090$$

$$090909$$

$$- 333333$$

$$242424$$

$$1.000000$$

$$- 0.242424$$

$$0.757575 \quad \leftarrow \frac{5}{66} \times 10$$

$$\frac{75}{99} = 0.757575$$

$$\frac{75}{990} = \frac{5}{66}$$

$$\frac{1}{11} N^{11} + \frac{1}{2} N^{10} + \frac{5}{6} N^9 - N^8 + N^7 - \frac{1}{2} N^6 + \frac{5}{66} N$$

$$\frac{1}{11} + \frac{1}{2} + \frac{5}{6} - 1 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{5}{66}$$

$$= \frac{1}{66} (6 + 33 + 55 - 33 + 5)$$

$$= \frac{1}{66} (66) = 1$$

 $M=10$ の場合

1からNまでの和は

$$\frac{1}{11} N^{11} + \frac{1}{2} N^{10} + \frac{5}{6} N^9 - N^8 + N^7 - \frac{1}{2} N^6 + \frac{5}{66} N$$

表 2

M=1

$$\frac{1}{2} N^2 + \frac{1}{2} N$$

M=2

$$\frac{1}{3} N^3 + \frac{1}{2} N^2 + \frac{1}{6} N$$

M=3

$$\frac{1}{4} N^4 + \frac{1}{2} N^3 + \frac{1}{4} N^2$$

M=4

$$\frac{1}{5} N^5 + \frac{1}{2} N^4 + \frac{1}{3} N^3$$

M=5

$$\frac{1}{6} N^6 + \frac{1}{2} N^5 + \frac{5}{12} N^4$$

M=6

$$\frac{1}{7} N^7 + \frac{1}{2} N^6 + \frac{1}{2} N^5$$

M=7

$$\frac{1}{8} N^8 + \frac{1}{2} N^7 + \frac{7}{12} N^6$$

M=8

$$\frac{1}{9} N^9 + \frac{1}{2} N^8 + \frac{2}{3} N^7$$

M=9

$$\frac{1}{10} N^{10} + \frac{1}{2} N^9 + \frac{3}{4} N^8$$

M=10

$$\frac{1}{11} N^{11} + \frac{1}{2} N^{10} + \frac{5}{6} N^9$$

$$-\frac{1}{30} N$$

$$-\frac{1}{12} N^2$$

$$-\frac{1}{6} N^3 + \frac{1}{42} N$$

$$-\frac{7}{24} N^4 + \frac{1}{12} N^2$$

$$-\frac{7}{15} N^5 + \frac{2}{9} N^3 - \frac{1}{30} N$$

$$-\frac{7}{10} N^6 + \frac{1}{2} N^4 - \frac{3}{20} N^2$$

$$-N^7 + N^5 - \frac{1}{2} N^3 + \frac{5}{66} N$$

第4項の観察

$$-\frac{1}{30} \quad -\frac{1}{12} \quad -\frac{1}{6} \quad -\frac{7}{24} \quad -\frac{7}{15} \quad -\frac{7}{10} \quad -1$$

$$\times (-120)$$

$$4 \quad 10 \quad 20 \quad 35 \quad 56 \quad 84 \quad 120$$

(1) 4 10 20 35 56 84 120

(1) (3) 6 10 15 21 28 36

(1) (2) (3) 4 5 6 7 8

(1) (1) (1) (1) / / / /

階差を作り、左へのぼし、向きを変えて見ると？

⑭ 乗数の和の公式の各項の係数 (第3項より第8項)

三角数 $S(n) = n \times \text{倍率}$

第3項	第4項	第5項
$n=0 \times \frac{1}{12}$	$n=2 \times \frac{1}{120}$	$n=4 \times \frac{1}{252}$
$\frac{2}{12}$ ② $\frac{1}{6}$	$\frac{4}{120}$ ④ $\frac{1}{30}$	$\frac{6}{252}$ ⑥ $\frac{1}{42}$
$\frac{3}{12}$ ③ $\frac{1}{4}$	$\frac{10}{120}$ ⑤ $\frac{1}{12}$	$\frac{21}{252}$ ⑦ $\frac{1}{12}$
$\frac{4}{12}$ ④ $\frac{1}{3}$	$\frac{20}{120}$ ⑥ $\frac{1}{6}$	$\frac{56}{252}$ ⑧ $\frac{2}{9}$
$\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{5}{12}$	$\frac{35}{120}$ ⑦ $\frac{7}{24}$	$\frac{126}{252}$ ⑨ $\frac{1}{2}$
$\frac{6}{12}$ ⑥ $\frac{1}{2}$	$\frac{56}{120}$ ⑧ $\frac{7}{15}$	$\frac{252}{252}$ ⑩ 1
$\frac{7}{12}$ ⑦ $\frac{7}{12}$	$\frac{84}{120}$ ⑨ $\frac{7}{10}$	$\frac{462}{252}$ ⑪ $\frac{11}{6}$
$\frac{8}{12}$ ⑧ $\frac{2}{3}$	$\frac{120}{120}$ ⑩ 1	$\frac{792}{252}$ ⑫ $\frac{22}{7}$
$\frac{9}{12}$ ⑨ $\frac{3}{4}$	$\frac{165}{120}$ ⑪ $\frac{11}{8}$	$\frac{1287}{252}$ ⑬ $\frac{143}{28}$
$\frac{10}{12}$ ⑩ $\frac{5}{6}$	$\frac{220}{120}$ ⑫ $\frac{11}{6}$	$\frac{2002}{252}$ ⑭ $\frac{143}{18}$
$\frac{11}{12}$ ⑪ $\frac{11}{12}$	$\frac{286}{120}$ ⑬ $\frac{143}{60}$	$\frac{3003}{252}$ ⑮ $\frac{143}{12}$

三角数 $S(n) = n \times \text{倍率}$

第6項	第7項	第8項
$n=6 \times \frac{1}{240}$	$n=8 \times \frac{1}{132}$	$n=10 \times \frac{691}{32760}$
$\frac{8}{240}$ ⑧ $\frac{1}{30}$	$\frac{10}{132}$ ⑩ $\frac{5}{66}$	12 ⑫ $\frac{691}{2730}$
$\frac{36}{240}$ ⑨ $\frac{3}{20}$	$\frac{55}{132}$ ⑪ $\frac{5}{12}$	78 ⑬ $\frac{691}{420}$
$\frac{120}{240}$ ⑩ $\frac{1}{2}$	$\frac{220}{132}$ ⑫ $\frac{5}{3}$	364 ⑭ $\frac{691}{90}$
$\frac{330}{240}$ ⑪ $\frac{11}{8}$	$\frac{715}{132}$ ⑬ $\frac{65}{12}$	1365 ⑮ $\frac{691}{24}$
$\frac{792}{240}$ ⑫ $\frac{33}{10}$	$\frac{2002}{132}$ ⑭ $\frac{91}{6}$	4368 ⑯ $\frac{1382}{15}$
$\frac{1716}{240}$ ⑬ $\frac{143}{20}$	$\frac{5005}{132}$ ⑮ $\frac{455}{12}$	12376
$\frac{3432}{240}$ ⑭ $\frac{143}{10}$	$\frac{11440}{132}$ ⑯ $\frac{260}{3}$	31824
$\frac{6435}{240}$ ⑮ $\frac{429}{16}$		
$\frac{11440}{240}$ ⑯ $\frac{143}{3}$		
$\frac{19448}{240}$ ⑰ $\frac{2431}{30}$		

$$M=10$$

$$n=8 \quad 10 \times \frac{1}{132} = \frac{5}{66}$$

$$\frac{1}{11} N^{11} + \frac{1}{2} N^{10} + \frac{5}{6} N^9 - N^8 + N^5 - \frac{1}{2} N^3 + \frac{5}{66} N$$

$$M=11$$

$$n=8 \quad 55 \times \frac{1}{132} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{1}{12} N^{12} + \frac{1}{2} N^{11} + \frac{11}{12} N^{10} - \frac{11}{8} N^8 + \frac{11}{6} N^6 - \frac{11}{8} N^4 + \frac{5}{12} N^2$$

$$M=12$$

$$\frac{1}{13} N^{13} + \frac{1}{2} N^{12} + N^{11} - \frac{11}{6} N^9 + \frac{22}{7} N^7 - \frac{33}{10} N^5 + \frac{5}{3} N^3 - \frac{691}{2730} N$$

$$M=13$$

$$\frac{1}{14} N^{14} + \frac{1}{2} N^{13} + \frac{13}{12} N^{12} - \frac{143}{60} N^{10} + \frac{143}{28} N^8 - \frac{143}{20} N^6 + \frac{65}{12} N^4 - \frac{691}{420} N^2$$

$$M=12$$

$$\frac{1}{13} + \frac{1}{12} + 1 - \frac{11}{6} + \frac{22}{7} - \frac{33}{10} + \frac{5}{3} = \frac{3421}{2730} = 1 + \frac{691}{2730} \quad 12x = \frac{691}{2730}$$

$$M=13$$

$$x = \frac{691}{32760}$$

$$\frac{1}{14} + \frac{1}{2} + \frac{13}{12} - \frac{143}{60} + \frac{143}{28} - \frac{143}{20} + \frac{65}{12} = \frac{1111}{420} = 1 + \frac{691}{420}$$

$$28x = \frac{691}{420} \quad x = \frac{691}{32760}$$

$M=12 \quad M=13$ の第8項は

$$S(11)-10 \times \frac{691}{32760} \text{ で求めることができる。}$$

三角数 $S(11)-n$ の表 (右の値)

n	0	1	2	3	4	5	6
1	$\frac{1}{7}$	1	1	1	1	1	1
1	$\frac{1}{2}$	2	3	4	5	6	7
1	3	6	10	15	21	28	36
1	4	10	20	35	56	84	120
1	5	15	35	70	126	210	330
1	6	21	56	126	252	462	792
1	7	28	84	210	462	924	1716
1	8	36	120	330	792	1716	3432
1	9	45	165	495	1287	3003	6435
1	10	55	220	715	2002	5005	11440
1	11	66	286	1001	3003	8008	19448
1	12	78	364	1365	4368	12376	31824
1	13	91	455	1820	6188	18564	50388
1	14	105	560	2380	8568	27132	77520
1	15	120	680	3060	11628	38760	116280
1	16	136	816	3876	15504	54264	170544

$$\frac{1}{1} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{7}$$

$$1 \times \frac{1}{1} \times \frac{6}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{8}{4} \times \frac{9}{5} \times \frac{10}{6} \times \frac{11}{7} = 330$$

$$M=1 \quad \frac{1}{2} \cdot N \cdot (N+1)$$

$$M=2 \quad \frac{1}{6} \cdot N \cdot (N+1) (2N+1)$$

$$M=3 \quad \frac{1}{4} \cdot N^2 (N+1)^2$$

$$M=4 \quad \frac{1}{30} \cdot N \cdot (N+1) (2N+1) (3N^2+3N-1)$$

$$M=5 \quad \frac{1}{12} \cdot N^2 (N+1)^2 (2N^2+2N-1)$$

$$M=6 \quad \frac{1}{42} \cdot N \cdot (N+1) (2N+1) (3N^4+6N^3-3N+1)$$

規則性がある。

N = 10 の数値の素因数分解表

$$M=1 \quad 5 \times 11$$

$$M=2 \quad 5 \times 7 \times 11$$

$$M=3 \quad 5 \times 5 \times 11 \times 11$$

$$M=4 \quad 7 \times 7 \times 11 \times 47$$

$$M=5 \quad 5 \times 5 \times 11 \times 11 \times 73$$

$$M=6 \quad 5 \times 11 \times 13 \times 2767$$

$$M=7 \quad 5 \times 5 \times 11 \times 11 \times 5997$$

$$M=8 \quad 7 \times 11 \times 17 \times 97 \times 1321$$

$$M=9 \quad 5 \times 11 \times 11 \times 109 \times 23873$$

$$5 \rightarrow \frac{1}{2} N$$

$$11 \rightarrow (N+1)$$

$$7 \rightarrow \frac{1}{3} (2N+1)$$

とあるのか?

M乗数の数列の和 1^M から 10^M までの和の数値

M	和の数値	素因数分解	数列の和の公式
1	55	5×11	$\frac{1}{2} n(n+1)$
2	385	$5 \times 7 \times 11$	$\frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$
3	3025	$5 \times 5 \times 11 \times 11$	$\frac{1}{4} n^2(n+1)^2$
4	25333	$7 \times 7 \times 11 \times 47$	$\frac{1}{30} n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)$
5	220825	$5 \times 5 \times 11 \times 11 \times 73$	$\frac{1}{12} n^2(n+1)^2(2n^2+2n-1)$
6	1978405	$5 \times 11 \times 13 \times 2767$	$\frac{1}{42} n(n+1)(2n+1)(3n^4+6n^3-3n+1)$
7	18080425	$5 \times 5 \times 11 \times 11 \times 43 \times 139$	$\frac{1}{24} n^2(n+1)^2(3n^4+6n^3-n^2-4n+2)$
8	167731333	$7 \times 11 \times 17 \times 97 \times 1321$	
9	1574304985	$5 \times 11 \times 11 \times 109 \times 23873$	

M乗数の数列の和を求める
階差の項数列を用いて

階差を用いて
① 階差とは
M-1 の場合

0 1 3 6 10 15 21
(0) 1 2 3 4 5 6
(1) 1 1 1 1 1 1
(2) 0 0 0 0 0 0

M=2 の場合

0 1 5 14 30 55 91
(0) 1 4 9 16 25 36
(1) 3 5 7 9 11
(2) 2 2 2 2
(3) 0 0 0 0

M=3 の場合

0 1 9 36 100 225 441
(0) 1 8 27 64 125 216
(1) 7 19 37 61 91
(2) 12 18 24 30
(3) 6 6 6 6
(4) 0 0 0 0

一番左の数字の列を階差の項数列という

N, N^2, N^3 の和の場合

() の数字は N, N^2, N^3 の場合

② 階差の項数列の規則性

1
(x1) (x2)
1 2
(x1) (x2) (x3)
1 3 6
1 7 12 6
(x1) (x2) (x3) (x4)
1 14 36 24
1 15 50 60 24
(x1) (x2) (x3) (x4) (x5)
1 30 150 360 120
1 31 180 390 360 120
(x1) (x2) (x3) (x4) (x5) (x6)
1 62 540 1560 1800 720

N
 ΣN
 N^2
 ΣN^2
 N^3
 ΣN^3
 N^4
 ΣN^4
 N^5
 ΣN^5
 N^6

③ 階差の項数列の変化の規則性は

N 0 1 0
 $2N$ 0 2 0
 $3N$ 0 3 0
 N^2 0 1 2 0
 N^2+N 0 2 2 0
 N^2+2N 0 3 2 0
 N^2+3N 0 4 2 0
 $2N^2$ 0 2 4 0
 $2N^2+N$ 0 3 4 0
 $2N^2+2N$ 0 4 4 0
 N^3 0 1 6 6 0
 N^3+1 1 1 0
 N^3+1 1 1 2 0
 N^3+1 1 1 6 6 0

④ 階差の項数列の使い方

M=2 の場合

$N^2(1, 6, 6) \times \frac{1}{3}$ 0 1 3 2
- $\frac{1}{3}$ 2 2
 $N^2(1, 2) \times \frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ 1
- $\frac{1}{2}$ 1
 $N(1) \times \frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$
- $\frac{1}{6}$
0

N^2 の和は $\frac{1}{3}N^3 + \frac{1}{2}N^2 + \frac{1}{6}N$

右から数えとりつく。

0 1 3 2
↓ ↓ ↓ ↓
定数 N N^2 N^3 の和

M=3 の場合

$N^3(1, 14, 36, 24) \times \frac{1}{4}$ 0 1 7 12 6
- $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ 9 6
 $N^3(1, 6, 6) \times \frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$ 3
- $\frac{1}{2}$ 3 3
 $N^2(1, 2) \times \frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$
0 0

N^3 の和は $\frac{1}{4}N^4 + \frac{1}{2}N^3 + \frac{1}{4}N^2$

M=4 の場合

$N^4(1, 30, 150, 240, 120) \times \frac{1}{5}$ 0 1 15 50 60 24
- $\frac{1}{5}$ 6 30 48 24
 $N^4(1, 14, 36, 24) \times \frac{1}{2}$ $\frac{2}{5}$ 9 20 12
- $\frac{1}{2}$ 7 18 12
 $N^3(1, 6, 6) \times \frac{1}{3}$ $\frac{3}{10}$ 2 2
- $\frac{1}{3}$ 2 2
 $N(1) \times \frac{1}{30}$ $\frac{1}{30}$
- $\frac{1}{30}$
0

$\frac{1}{5}N^5 + \frac{1}{2}N^4 + \frac{1}{3}N^3 - \frac{1}{30}N$

M=5 の場合

$N^5(1, 62, 540, 1560, 1800, 720) \times \frac{1}{6}$ 0 1 31 180 390 360 120
- $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{3}$ 90 260 300 120
 $N^5(1, 30, 150, 240, 120) \times \frac{1}{2}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{4}{3}$ 90 130 60
- $\frac{1}{2}$ 15 75 120 60
 $N^4(1, 14, 36, 24) \times \frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{10}{3}$ 15 40
- $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{3}$ 15 10
 $N^3(1, 2) \times \frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{6}$
- $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{6}$
0 0

$\frac{1}{6}N^6 + \frac{1}{2}N^5 + \frac{5}{12}N^4 - \frac{1}{12}N^3$

多項式の和の形による
数列の分析の例

階差数列の一般式について

K^M の階差数列

M=1の場合

0 1 2 3 4 5 M-1-0
1 1 1 1 1 M-1-1
0 0 0 0

M-1-0

N

M-1-1

1

M=2の場合

0 1 4 9 16 25 M-2-0
1 3 5 7 9 M-2-1
2 2 2 2 M-2-2
0 0 0

M-2-0

N^2

M-2-1

$2N + 1$

M-2-2

2

M=3の場合

0 1 8 27 64 125 M-3-0
1 7 19 37 61 M-3-1
6 12 18 24 M-3-2
0 6 6 6 M-3-3
0 0 0

M-3-0

N^3

M-3-1

$3N^2 + 3N + 1$

M-3-2

$6N + 6$

M-3-3

6

M=4の場合

0 1 16 81 256 625 1296 M-4-0
1 15 65 175 369 671 M-4-1
14 50 110 194 302 M-4-2
36 60 84 108 M-4-3
24 24 24 24 M-4-4
0 0 0 0

M-4-0

N^4

M-4-1

$4N^3 + 6N^2 + 4N + 1$

M-4-2

$12N^2 + 24N + 14$

M-4-3

$24N + 36$

M-4-4

24

M-1-0 N

M-1-1 1

M-2-0 N^2

M-2-1 $2N + 1$

M-2-2 2

M-3-0 N^3

M-3-1 $3N^2 + 3N + 1$

M-3-2 $6N + 6$

M-3-3 6

M-4-0 N^4

M-4-1 $4N^3 + 6N^2 + 4N + 1$

M-4-2 $12N^2 + 24N + 14$

M-4-3 $24N + 36$

M-4-4 24

M-5-0 N^5

M-5-1 $5N^4 + 10N^3 + 10N^2 + 5N + 1$

M-5-2 $20N^3 + 60N^2 + 70N + 30$

M-5-3 $60N^2 + 180N + 150$

M-5-4 $120N + 240$

M-5-5 120

M-6-0 N^6

M-6-1 $6N^5 + 15N^4 + 20N^3 + 15N^2 + 6N + 1$

M-6-2 $30N^4 + 120N^3 + 210N^2 + 180N + 62$

M-6-3 $120N^3 + 540N^2 + 900N + 540$

M-6-4 $360N^2 + 1440N + 1560$

M-6-5 $720N + 1800$

M-6-6 720

(x7) (x21) (x35) (x35) (x21) (x7) (x1)

1 1 1 1 1 1 1
2 6 14 30 62 126
6 36 150 540 1806
24 240 1560 8940
120 1800 16800
720 15120
5040

N^7 M-7-0

$7N^6 + 21N^5 + 35N^4 + 35N^3 + 21N^2 + 7N + 1$ M-7-1

$42N^5 + 210N^4 + 490N^3 + 630N^2 + 434N + 126$ M-7-2

$210N^4 + 1260N^3 + 3150N^2 + 3780N + 1806$ M-7-3

$840N^3 + 5040N^2 + 10920N + 8940$ M-7-4

$2520N^2 + 12600N + 16800$ M-7-5

$5040N + 15120$ M-7-6

5040 M-7-7

階差数列の一般式の規則性

M=4の場合

M-4-0 N^4

M-4-1 $4N^3 + 6N^2 + 4N + 1$

M-4-2 $12N^2 + 24N + 14$

M-4-3 $24N + 36$

M-4-4 24

才1項 M-4-1は

N^4 $(N+1)^4 - N^4 = 4N^3 + 6N^2 + 4N + 1$

$4N^3$ $(N+1)^4 - N^4 = 4N^3 + 6N^2 + 4N + 1$

$12N^2$ $4 \times 1 \quad 6 \times 1 \quad 4 \times 1 \quad 1 \times 1$

$24N$ $6 \times 2 \quad 4 \times 6 \quad 1 \times 14$

24 $4 \times 6 \quad 1 \times 36$

微分を 1×24

くり返す

1
 $2 \quad 6 \quad 14$
 $6 \quad 36$
 24

1 k
 $2 - 1$ k^2
 $6 - 6 - 1$ k^3
 $24 - 36 - 14 - 1$ k^4

階差0項数列

M=5

$5 \times 1 \quad 10 \times 1 \quad 10 \times 1 \quad 5 \times 1 \quad 1 \times 1$
 $10 \times 2 \quad 10 \times 6 \quad 5 \times 14 \quad 1 \times 30$
 $10 \times 6 \quad 5 \times 36 \quad 1 \times 150$
 $5 \times 24 \quad 1 \times 240$
 1×120

k

k^2

k^3

k^4

k^5

階差0項数列

M=6

$6 \times 1 \quad 15 \times 1 \quad 20 \times 1 \quad 15 \times 1 \quad 6 \times 1 \quad 1 \times 1$
 $15 \times 2 \quad 20 \times 6 \quad 15 \times 14 \quad 6 \times 30 \quad 1 \times 62$
 $20 \times 6 \quad 15 \times 36 \quad 6 \times 150 \quad 1 \times 540$
 $15 \times 24 \quad 6 \times 240 \quad 1 \times 1560$
 $6 \times 120 \quad 1 \times 1800$
 1×720

k

k^2

k^3

k^4

k^5

k^6

k^7

k^8

k^9

k^{10}

k^{11}

k^{12}

k^{13}

k^{14}

k^{15}

k^{16}

k^{17}

k^{18}

k^{19}

k^{20}

k^{21}

k^{22}

k^{23}

k^{24}

k^{25}

k^{26}

k^{27}

k^{28}

k^{29}

k^{30}

k^{31}

k^{32}

k^{33}

k^{34}

k^{35}

k^{36}

k^{37}

k^{38}

k^{39}

k^{40}

k^{41}

k^{42}

k^{43}

k^{44}

k^{45}

k^{46}

k^{47}

k^{48}

k^{49}

k^{50}

k^{51}

k^{52}

k^{53}

k^{54}

k^{55}

k^{56}

k^{57}

k^{58}

k^{59}

k^{60}

k^{61}

k^{62}

k^{63}

k^{64}

k^{65}

k^{66}

k^{67}

k^{68}

k^{69}

k^{70}

k^{71}

k^{72}

k^{73}

k^{74}

k^{75}

k^{76}

k^{77}

k^{78}

k^{79}

k^{80}

k^{81}

k^{82}

k^{83}

k^{84}

k^{85}

k^{86}

k^{87}

k^{88}

k^{89}

k^{90}

k^{91}

k^{92}

k^{93}

k^{94}

k^{95}

k^{96}

k^{97}

k^{98}

k^{99}

k^{100}

k^{101}

k^{102}

k^{103}

k^{104}

k^{105}

k^{106}

k^{107}

k^{108}

k^{109}

k^{110}

k^{111}

k^{112}

k^{113}

k^{114}

k^{115}

k^{116}

k^{117}

k^{118}

k^{119}

k^{120}

k^{121}

k^{122}

k^{123}

k^{124}

k^{125}

k^{126}

k^{127}

k^{128}

k^{129}

k^{130}

k^{131}

k^{132}

k^{133}

k^{134}

k^{135}

k^{136}

k^{137}

k^{138}

k^{139}

k^{140}

k^{141}

k^{142}

k^{143}

k^{144}

k^{145}

k^{146}

k^{147}

k^{148}

k^{149}

k^{150}

k^{151}

k^{152}

k^{153}

k^{154}

k^{155}

k^{156}

k^{157}

k^{158}

k^{159}

k^{160}

k^{161}

k^{162}

k^{163}

k^{164}

k^{165}

k^{166}

k^{167}

k^{168}

k^{169}

k^{170}

k^{171}

k^{172}

k^{173}

k^{174}

k^{175}

k^{176}

k^{177}

k^{178}

k^{179}

k^{180}

k^{181}

k^{182}

k^{183}

k^{184}

k^{185}

k^{186}

k^{187}

k^{188}

k^{189}

k^{190}

k^{191}

k^{192}

k^{193}

k^{194}

k^{195}

k^{196}

k^{197}

k^{198}

k^{199}

k^{200}

k^{201}

k^{202}

k^{203}

k^{204}

k^{205}

k^{206}

k^{207}

k^{208}

k^{209}

k^{210}

k^{211}

k^{212}

k^{213}

k^{214}

k^{215}

k^{216}

k^{217}

k^{218}

k^{219}

k^{220}

k^{221}

k^{222}

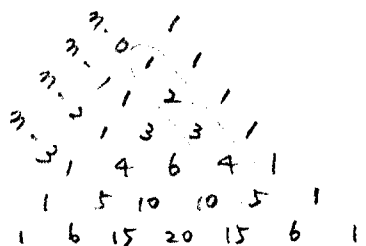
k^{223}

k^{224}

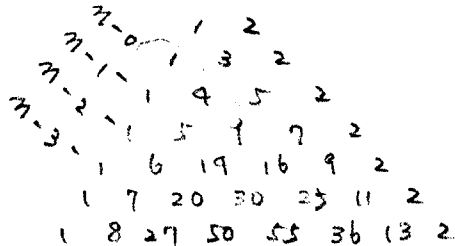
k^{225}

三角数^(S)と台形数^(D)の比を調べる

$S(1) - n$



$D(1,2) - n$



$n=0$	N	1	2	3	4	5	6
	D	1	4	9	16	25	36
	S	1	2	3	4	5	6
	$\frac{D}{S}$	1	2	3	4	5	6

$$N \times N = N^2$$

$n=1$	D	1	5	14	30	55	91
	S	1	3	6	10	15	21
	$\frac{D}{S}$	1	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{13}{3}$	$\frac{17}{3}$
		$\frac{3}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{9}{3}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{13}{3}$

$$\frac{1}{2} N(N+1) \times \frac{1}{3} (2N+1) = \frac{1}{2} \frac{1}{3} N(N+1)(2N+1)$$

$n=2$	D	1	6	20	50	105	196
	S	1	4	10	20	35	56
	$\frac{D}{S}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	$\frac{7}{2}$
		$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{7}{2}$

$n=3$ を調べる
↑理由がわ
かりず。
注意

$$\frac{N+1}{2} \Rightarrow \frac{2N+2}{4}$$

$$\frac{1}{2} \frac{1}{3} N(N+1)(N+2) \times \frac{1}{4} (2N+2) = \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} N(N+1)(N+2)(2N+2)$$

$n=3$	N	1	2	3	4	5	6
	D	1	7	27	67	127	227
	S	1	5	15	35	65	105
	$\frac{D}{S}$	1	$\frac{7}{5}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{11}{5}$	$\frac{13}{5}$	$\frac{15}{5}$
		$\frac{5}{5}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{11}{5}$	$\frac{13}{5}$	$\frac{15}{5}$

$$\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} N(N+1)(N+2)(N+3) \times \frac{1}{5} (2N+3)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} N(N+1)(N+2)(N+3)(2N+3)$$

$n=4$	D	1	8	35	112	294	672
	S	1	6	21	56	126	252
	$\frac{D}{S}$	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	2	$\frac{7}{3}$	$\frac{8}{3}$
		$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{8}{3}$

$$\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} N(N+1)(N+2)(N+3)(N+4) \times \frac{1}{6} (2N+4)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} N(N+1)(N+2)(N+3)(N+4)(2N+4)$$

$D(1,2) - n$

$$n=0 \quad N^2 \rightarrow \frac{1}{2} N(2N+0)$$

$$n=1 \quad \frac{1}{2} \frac{1}{3} N(N+1)(2N+1)$$

$$n=2 \quad \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} N(N+1)(N+2)(2N+2)$$

$$n=3 \quad \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} N(N+1)(N+2)(N+3)(2N+3)$$

$$n=4 \quad \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} N(N+1)(N+2)(N+3)(N+4)(2N+4)$$

1
 1 1
 1 2 1
 1 3 3 1
 1 4 6 4 1
 1 5 10 10 5 1
 1 6 15 20 15 6 1

$n=0$ 1 6 6
 $n=1$ 1 7 12 6
 $n=2$ 1 8 19 18 6
 $n=3$ 1 9 27 37 24 6
1 10 36 64 61 30 6
1 11 46 100 125 91 36 6
1 12 57 146 225 216 102 42 6

$n-1$	D	1	9	38	100	225	441	
	S	1	3	6	10	15	21	
	$\frac{D}{S}$	1	3	6	10	15	21	$\frac{1}{2} N(N+1)$

$n-2$	D	1	10	46	146	371	812	
	S	1	4	10	20	35	56	
	P		5	23	23	53	29	
	<u>S</u>		<u>5</u>	<u>5</u>	<u>10</u>	<u>5</u>	<u>2</u>	
		<u>10</u>	<u>25</u>	<u>46</u>	<u>23</u>	<u>106</u>	<u>145</u>	<u>$3N^2 + 6N + 1$</u>
		10	10	10	10	10	10	10

(1) 10 25 46 73
(2) 15 21 27
(6) 6 6

$N(12) \times 3 = 36$
 $N(1) \times 6 = 6$

23

29

$$D(1, 6, 6) - n$$

$$n=0 \quad N^3$$

$$n=1 \quad \frac{1}{4} N^2 (N+1)^2 \quad (aN^2 + bN + c) \text{ と整理する}$$

$$n=2 \quad \frac{1}{60} N(N+1)(N+2)(3N^2 + 6N + 1)$$

$$n=3 \quad \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} N(N+1)(N+2)(N+3)(N^2 + 3N + 1)$$

$$n=4 \quad \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{7} N(N+1)(N+2)(N+3)(N+4)(N^2 + 4N + 2)$$

↑ $\frac{1}{6}$ が欠 + 2 になる 係数を補正する。

[修正された式]

$$n=0 \quad \frac{1}{2} \frac{1}{3} \quad N \quad (6N^2 + 0 + 0)$$

$$n=1 \quad \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \quad N(N+1) \quad (6N^2 + 6N + 0)$$

$$n=2 \quad \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \quad N(N+1)(N+2) \quad (6N^2 + 12N + 2)$$

$$n=3 \quad \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} \quad N(N+1)(N+2)(N+3) \quad (6N^2 + 18N + 6)$$

$$n=4 \quad \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} \frac{1}{7} \quad N(N+1)(N+2)(N+3)(N+4)(6N^2 + 24N + 12)$$

$$D(1, 14, 36, 24) - n \quad n=0 \text{ は 4 乗数の数列}$$

	1	14	36	24					
	1	15	50	60	24				
	1	16	65	110	84	24			
	1	17	81	175	194	108	24		
	1	18	98	256	369	302	132	24	
	1	19	116	354	625	671	434	156	24

N	1	2	3	4	5	6	7
n=0	1	16	81	256	625	1296	2401
n=1	1	17	98	354	979	2275	4676
n=2	1	18	116	470	1449	3724	8400
n=3	1	19	135	605	2054	5778	14178
n=0	1/4!	N	(24N^3 + 0 + 0 + 0)				
n=1	1/5!	N(N+1)	(24N^3 + 36N^2 + 4N - 4)				
n=2	1/6!	N(N+1)(N+2)	(24N^3 + 72N^2 + 36N - 12)				
n=3	1/7!	N(N+1)(N+2)(N+3)	(24N^3 + 108N^2 + 96N - 18)				
n=4	1/8!	N(N+1)(N+2)(N+3)(N+4)	(24N^3 + 144N^2 + 184N - 16)				
↑		↑					
n+4 項上の数		(N+n)					

$$aN^3 + bN^2 + cN + d$$

a	24
b	36n
c	14n ² - 10n
d	1 - n ³ - 5n ²