

武田 利一様

おいそがしい日々をすごされていると思います。秋も深まってきました。お体に気をつけて下さい。郵便局では年賀状の販売が始まりました。11月、早いですが今年一年の学習をふり返ってみました。

山路・主住さんの循環小数の研究と オイラーの関数(約分の考え方)と ガウスさんの分母が合成数の場合に部分分数に分解する方法を結びつけて考えることができるようになりました。

山路さんの考え方で循環節の長さを決定するには、まず除数を素数に分解します。 $2^m \cdot 5^n$ の成分のあるときは m, n の大きい方の数だけくり返さない数字があらわれます。素数の循環節の長さは(素数-1)の約数になります。冪素数の場合は2つ以上の数だけその数をかけます。 $1 \div 7^2$ は 6×7 $1 \div 7^3$ は 6×7^2 11^2 は 2×11 となります。 $1 \div 11$ は $(11-1) \div 5 = 2^{(桁)}$ なので $A \div 11$ には5つのパターンがあります。 $2 \times 11 = 22$ $22 \times 5 = 110$ $11^2 = 121$ 1から121から11の倍数をのぞくと110になります。 $1 \div 11$ ではなく $A \div 11$ として全体を考えることが大切なことがわかりました。合成数の場合は素数ごとの循環節の最小公倍数になります。部分分数の循環小数を利用して循環小数を求める方法によって説明できます。平山諦さんの書かれた「学術を中心とした和算史上の人々」(1965年に富士短期大学出版部

より刊行され 2008年に ちくま学芸文庫として発行されました。) には、

大勢の人が分担して計算する 截約術という方法が紹介されています。素数冪の場合の例外として、3 と 487 の例を紹介しています。

高木貞治さんの書かれた「近世数学史談」8. 数字計算とガウス (P.45-P.46) には 等比数列の和の考え方を使う方法と 部分分数に分解する方法が紹介されています。この2つの本を結びつけて考えることができました。

常用対数を求める方法は今日では級数展開を利用し自然対数を求め常用対数に直します。平山さんの本に 安島直内さんと会田安明

さんの研究が紹介されています。「オイラーの無限解析」の P.88 に $\log_{10} 5 =$

0.6989700 を求める計算例が紹介されています。

ブリッグスさんの考えた方法を 12桁の電卓で確かめました。

$$\log_{10} a \doteq \frac{2^m (\sqrt[m]{a} - 1)}{2^n (\sqrt[n]{10} - 1)} \quad a=2 \text{ とします。}$$

$$\log_{10} 2 \doteq \frac{2^{17} (\sqrt[17]{2} - 1)}{2^{19} (\sqrt[19]{10} - 1)} = \frac{0.6931480576}{2.30258900992} = \underline{\underline{0.30102986447}}$$

平方根の計算から対数が出てくる理由を考えました。

$$\begin{aligned} (1+x)^a &= 1 + ax + \dots \\ \ln(1+x) &= x - \dots \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{1を引いて} a \text{ を割る} \\ \text{2n\sqrt{} \text{ の場合は } 2n \text{ 倍する} } \end{array} \right\}$$

レポート(2016.4.10)では 12桁の電卓を使った $\log_{10}$ の 2, 3, 7, 1.1
 の計算を示しました。累乗数(10^n 乗)の桁数を使う方法です。平方根
 を使わない方法です。私の 2.3補正法はこの派生型です。ビュルギさん
 の複利計算の考え方にはおどろきました。不完全な型ですが 1.001^x の
 場合を少し確かめました。6桁ぐらいの精度になりました。

「計算方法の工夫」をテーマにした冊子を同封します。

平方根と円周率の計算では、不等号の両辺を使うものをえらび
 ました。

平方根(その1) $\sqrt{1.1}$ の例 は レポート(2004.7.19) C23 の方法に
 直しました。 $\left(\frac{43}{41} + \frac{1}{10 \times 2 \times 43 \times 41}\right)^2 = 1.100000000077$

$$\left(\frac{3180409}{3032401}\right)^2 = 1.09999999999999989$$

平方根(その2)の説明で 分母を 4.0~5.0 まで小数で先に示しました。

円周率の説明で $8 = 2^3$ を使って $\tan 1.5^\circ$ を $\tan 1.0^\circ$ に直す方法

を示しました。 辺の数 96 の数値を使って $\frac{355}{113}$ を求める計算を

示しました。

林 邦英