

2024. 5. 12

武田 利一様

おいとがしい日々をすごされていると思います。お体に気をつけて下さい。

武田さん用にと思い「常用対数表を作る考え方」の冊子と 2023. 11. 27 の手紙と 1620年のビュルギさんの数表のセットを同封します。

12桁の電卓を使って、異なる方法・考え方を体感するための手引き書です。

もしよろしければ、御意見をお知らせ下さい。

数学の歴史を学ぶことで私は常用対数表を作る4つの考え方を知ることができました。「アミノ酸の桶の理論」を思い出しました。

林 邦英

467-0051
名古屋市瑞穂区釜場町2-30
林 邦英

おいそがしい日々をお過ごしされていると思います。お体に気をつけて下さい。郵便局では年賀状を発売中です。手紙文化を大切にしていただけたらと願っています。

$\log_{10} 3$ の例の修正と 1.01^x の表を使って作った4桁の常用対数表の続きを求める方法を作りました。

$$\log_{10} 3 \text{ の例の } 1 \div 0.99896890958 - 1,$$

を「 $1 - 0.99896890958$ 」に修正しました。ムダな計算をしていたことに気がつきました。 3^{15} をどのようにしてみつけるのか、 $0 + (2, 10, 2, 2, 1, 13, 1, 6, 1)$

のどこまでが正しいと言えるのかと考えてみました。そこで新しく作ったのが4桁の常用対数表の続きを求める方法です。 $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ を使えば $0 + (2, 10, 2, 2, 1, 1)$

$$\frac{0}{1} \frac{2}{2} \frac{10}{21} \frac{2}{44} \frac{2}{109} \frac{1}{153} = 0.477129 \dots \quad \frac{125}{262} = 0.477099 \text{ と } 0.4771 \text{ をはさんでいます。}$$

しかし、 $\log_{10} 3$ の本当の数値は $0.47705 \sim 0.47714$ の間のどこかにあるということしかわかんない。

ていけません。そこで手を抜かず数表を作ります。 $0 + (2, 10, 2, 2, 1, 13, 1)$ がわかりました。

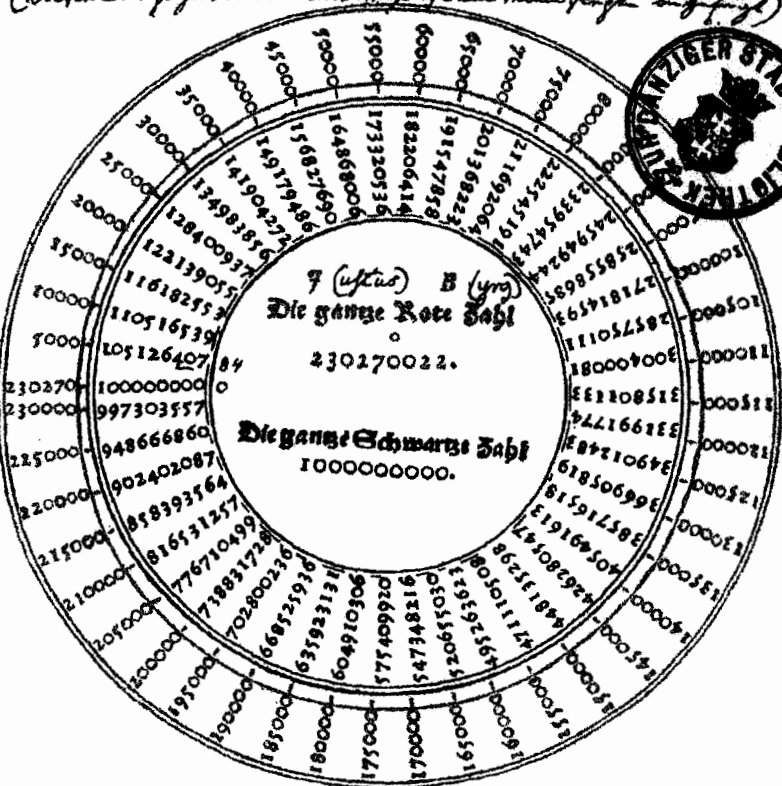
3^x		1.00 との差	
② 2	0.9	- 0.1	$\frac{125}{262}$ がおかしいことがわかりました。
⑩ 21	1.0460353203	+ 0.046035	そこで正しい数値を予想します。
② 44	0.98477090217	- 0.015229	$0.014417 \div 0.001031 = 13.98 \dots$
② 109	1.01441757402	+ 0.014417	
① 153	0.99896890954	- 0.001031	
① 262	(1.01337161773)	(+ 0.013371)	← 上よりも絶対値が大きくなっている。
⑫ 1945	1.00193703386	+ 0.001937	← (+) の絶対値が最小
⑬ 2098	1.00090394614	+ 0.0009039	$\frac{1001}{2098} = 0.47712106768$ ⑬
⑭ 2251	0.99987192362	- 0.0001290	$\frac{1079}{2251} = 0.47712127943$ ①
⑮ 2404	0.99884096521	- 0.001159	↑ 絶対値が最小

$$9039 \div 1290 = 7.00 \dots \text{ ⑦ を使えば } \frac{8519}{17855} = 0.47712125455$$

Aritmetische und Geometrische Progress

Tabulen/samdt gründlichem vnterricht/wie solche nützlich
in allerley Rechnungen zugebrauchen/vnd verstanden werden sol.

(Adrian - nicht gewöhnlich - Ueberrasscht ist ein Mann, sonst beigefügt)



Gedruckt/ In der Alten Stadt Prag/ bey Paul
Essen/ der k. k. böhmischen Universitet Buchdruckern/ Im Jahr/ 1620.

図 8.3 ビュルギの対数表 (1620) の扉
230270022 は 230270.022 を表す.

	0	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500
0	1000000000	1005001217	1010004966	1015011230	1020020031	1025031384	1030045199	1035061779
10	100000	100500	101000	101500	102000	102500	103000	103500
20	100001	100501	101001	101501	102001	102501	103001	103501
30	100003	100503	101003	101503	102003	102503	103003	103503
40	100006	100506	101006	101506	102006	102506	103006	103506
50	100010	100510	101010	101510	102010	102510	103010	103510
60	100015	100515	101015	101515	102015	102515	103015	103515
70	100021	100521	101021	101521	102021	102521	103021	103521
80	100028	100528	101028	101528	102028	102528	103028	103528
90	100036	100536	101036	101536	102036	102536	103036	103536
100	100045	100545	101045	101545	102045	102545	103045	103545
110	100055	100555	101055	101555	102055	102555	103055	103555
120	100066	100566	101066	101566	102066	102566	103066	103566
130	100078	100578	101078	101578	102078	102578	103078	103578
140	100091	100591	101091	101591	102091	102591	103091	103591
150	100105	100605	101105	101605	102105	102605	103105	103605
160	100120	100620	101120	101620	102120	102620	103120	103620
170	100136	100636	101136	101636	102136	102636	103136	103636
180	100153	100653	101153	101653	102153	102653	103153	103653
190	100171	100671	101171	101671	102171	102671	103171	103671
200	100190	100690	101190	101690	102190	102690	103190	103690
210	100210	100710	101210	101710	102210	102710	103210	103710
220	100231	100731	101231	101731	102231	102731	103231	103731
230	100253	100753	101253	101753	102253	102753	103253	103753
240	100276	100776	101276	101776	102276	102776	103276	103776
250	100300	100800	101300	101800	102300	102800	103300	103800
260	100325	100825	101325	101825	102325	102825	103325	103825
270	100351	100851	101351	101851	102351	102851	103351	103851
280	100378	100878	101378	101878	102378	102878	103378	103878
290	100406	100906	101406	101906	102406	102906	103406	103906
300	100435	100935	101435	101935	102435	102935	103435	103935
310	100465	100965	101465	101965	102465	102965	103465	103965
320	100496	100996	101496	101996	102496	102996	103496	103996
330	100528	101028	101528	102028	102528	103028	103528	104028
340	100561	101061	101561	102061	102561	103061	103561	104061
350	100595	101095	101595	102095	102595	103095	103595	104095
360	100630	101130	101630	102130	102630	103130	103630	104130
370	100666	101166	101666	102166	102666	103166	103666	104166
380	100704	101204	101704	102204	102704	103204	103704	104204
390	100743	101243	101743	102243	102743	103243	103743	104243
400	100783	101283	101783	102283	102783	103283	103783	104283
410	100824	101324	101824	102324	102824	103324	103824	104324
420	100865	101365	101865	102365	102865	103365	103865	104365
430	100906	101406	101906	102406	102906	103406	103906	104406
440	100948	101448	101948	102448	102948	103448	103948	104448
450	100991	101491	101991	102491	102991	103491	103991	104491
460	101033	101533	102033	102533	103033	103533	104033	104533
470	101076	101576	102076	102576	103076	103576	104076	104576
480	101119	101619	102119	102619	103119	103619	104119	104619
490	101163	101663	102163	102663	103163	103663	104163	104663
500	101207	101707	102207	102707	103207	103707	104207	104707

図 8.4 ビュルギの対数表の第 1 頁 黒数字が真数で、赤数字がビュルギ対数

小数と対数の発見(日本評論社)より

2023.9.14

複利計算の表の観察

1.01^x x		区間を 直線で 近似	$\log_{1.01} N$	N	$\log_{10} N$
0	1.0000		0.000	1	0.0000
69	1.9869	$\frac{131}{199}$	69.658	2	0.3010
70	2.0068				
110	2.9878	$\frac{122}{299}$	110.408	3	0.4771
111	3.0177				
139	3.9872	$\frac{128}{399}$	139.321	4	0.6021
140	4.0271				
161	4.9630	$\frac{370}{496}$	161.746	5	0.6990
162	5.0126				
180	5.9958	$\frac{42}{600}$	180.070	6	0.7782
181	6.0558				
195	6.9609	$\frac{391}{696}$	195.562	7	0.8451
196	7.0305				
208	7.9222	$\frac{778}{792}$	208.982	8	0.9031
209	8.0014				
220	8.9269	$\frac{731}{893}$	220.819	9	0.9542
221	9.0162				
231	9.9595	$\frac{405}{996}$	231.407	10	1.0000
232	10.0591				

$$\frac{\log_{1.01} N}{\log_{1.01} 10} = \log_{10} N \quad \log_{10} 2 = \frac{69.658}{231.407} = 0.3010$$

2023.9.13

常用対数表を作る考え方 (12桁の電卓を使って)

$$\log_{10}(n+1) - \log_{10} n = \frac{2}{\log_{10} 10} \left\{ \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{3(2n+1)^3} + \frac{1}{5(2n+1)^5} + \dots \right\}$$

$n=1$ の場合は $\log_{10} 2$ になります。 $\log_{10} 1 = 0$

$$\frac{2}{\log_{10} 10} \left\{ \frac{1}{3} + \frac{1}{81} + \frac{1}{1215} + \frac{1}{15309} + \frac{1}{177147} + \frac{1}{1948617} + \frac{1}{20726199} + \frac{1}{215233605} + \frac{1}{2195382771} + \frac{1}{22082967873} \right\}$$

$$= \frac{2}{\log_{10} 10} \times 0.34657359022 = 0.30102999566$$

386358 が正数

$n=2$ を使って $\log_{10} 3$ を求めます。

$$\log_{10} 2 + \frac{2}{\log_{10} 10} \left\{ \frac{1}{5} + \frac{1}{375} + \frac{1}{15625} + \frac{1}{546875} + \frac{1}{11578125} + \frac{1}{537109375} + \frac{1}{15869140625} \right\} = 0.47712125473$$

471966 が正数

$n=4$ を使って $\log_{10} 5$ を求めます。

$$2 \log_{10} 2 + \frac{2}{\log_{10} 10} \left\{ \frac{1}{9} + \frac{1}{2187} + \frac{1}{295245} + \frac{1}{33480783} + \frac{1}{3486784401} \right\} = 2 \log_{10} 2 + \frac{2}{\log_{10} 10} \times 0.11157177563$$

433602 が正数

$$= 0.69897000433$$

258 29940 が正数

$$\star (0.34657359022 \times 3 + 0.11157177563) \times 2 = 2.30258509$$

2023.9.13

$$\log_e(n+1) - \log_e n = 2 \left\{ \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{3(2n+1)^3} + \frac{1}{5(2n+1)^5} + \dots \right\}$$

$n=1$ $\log_e 1 = 0$ なら $\log_e 2$ になり得る。

$$\frac{1}{2n+1} \quad \frac{1}{3} \quad 0.333333333333$$

$$\frac{1}{3(2n+1)^3} \quad \frac{1}{81} \quad 0.01234567901$$

$$\frac{1}{5(2n+1)^5} \quad \frac{1}{1215} \quad 0.00082304526$$

$$\frac{1}{7(2n+1)^7} \quad \frac{1}{15309} \quad 0.00006532105$$

$$\frac{1}{9(2n+1)^9} \quad \frac{1}{177147} \quad 0.00000564502$$

$$\frac{1}{11(2n+1)^{11}} \quad \frac{1}{1948617} \quad 0.00000051318$$

$$\frac{1}{13(2n+1)^{13}} \quad \frac{1}{20726199} \quad 0.00000004824$$

$$\frac{1}{15(2n+1)^{15}} \quad \frac{1}{215233605} \quad 0.00000000464$$

$$\frac{1}{17(2n+1)^{17}} \quad \frac{1}{2195382711} \quad 0.00000000045$$

$$\frac{1}{19(2n+1)^{19}} \quad \frac{1}{22082967873} \quad 0.00000000004$$

$$(x2) \quad 0.69314718044$$

2023.9.13

$$n=2 \quad + \log_e 2 \text{ と } \log_e 3 \quad n=4 \quad + 2 \log_e 2 \text{ と } \log_e 5$$

$$\frac{1}{5} \quad 0.2 \quad \frac{1}{9} \quad 0.1111111111$$

$$\frac{1}{375} \quad 0.002666666666 \quad \frac{1}{2187} \quad 0.00045724737$$

$$\frac{1}{15625} \quad 0.000064 \quad \frac{1}{295245} \quad 0.00000338701$$

$$\frac{1}{546875} \quad 0.00000182857 \quad \frac{1}{33480783} \quad 0.00000002986$$

$$\frac{1}{17578125} \quad 0.00000005688 \quad \frac{1}{3486784401} \quad 0.00000000028$$

$$\frac{1}{537109375} \quad 0.00000000186$$

$$\frac{1}{15869140625} \quad 0.00000000006$$

$$(x2) \quad 0.40546510806 \quad (x2) \quad 0.22314355126$$

$$+ \log_e 2$$

$$+ 2 \log_e 2$$

$$1.09861228850$$

$$1.60943791214$$

$$+ \log_e 2$$

$$\log_e 10 = 2.30258509258$$

99が正當

常用対数表を作る 4つの考え方

- ① 累乗計算を使う方法
- ② 平方根を使う方法
- ③ 指数関数(逆関数)を使う方法
- ④ 級数展開を使う方法

②ではブリッグスさんの1629年の方法がどのようにして発見されたのかを考えてみました。

③ではビュルギさんの1620年の数表の正しい使い方について考えてみました。

「 $\log_{10} 1.00602 \sim \log_{10} 1.00611$ を求める。」では③ローテクと

④ハイテクのちがいを見やすくしました。

(ア) $\log_{10} 1.00602$ の求め方

(イ) $\log_{10} 1.00603 \sim \log_{10} 1.00611$ の求め方

③は[75]で一定ですが④では[93]→[59]と変化します。

常用対数表を作る考え方(表紙)では $\log_e 10$ を 2.30258509258 で計算しています。

複利計算の表の観察(裏表紙)では $\log_{1.01} 10$ を 231.407 で計算しています。
 $1 \div \log_{10} 1.01 = 1 \div 0.004321373783 = 231.4078926$
 (231.408)

$\log_{10} 1.00602 \sim \log_{10} 1.00611$ を求める。

$$\begin{array}{r} 1.0001^x \\ \begin{array}{l} 60 \\ 61 \end{array} \end{array} \begin{array}{l} x \\ 1.00601773402 \\ 1.00611833579 \end{array} < 10060177 \quad \log_{1.0001} 10 \\ & = 23027.002203 \end{array}$$

$$100602 \frac{226598}{10060177} + 60 = 60.0225242557 \quad -(a)$$

$$(a) \div \log_{1.0001} 10 = 0.00260661477 = \log_{10} 1.00602 \quad (2)$$

$$\frac{1000000}{10060177} \div 23027.002203 = 0.00000431675 \quad -(b)$$

1.00602	0.00260661477 (+5)	1.00607	0.00262819852 (-45)
+b 03	1093152 (-13)	08	3251527 (-42)
04	1524827 (-28)	09	3683202 (-35)
+3b 05	1956502 (-38)	+2b 10	4114877 (-23)
06	2388177 (-43)	11	4546552 (-7)

$$\textcircled{4} \quad \log_e (1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^5 - \dots$$

$$1.00602 - 1 = 0.00602 \quad x = 0.00602$$

$$x \quad -\frac{1}{2}x^2 \quad +\frac{1}{3}x^3 \quad -\frac{1}{4}x^4 \quad +\frac{1}{5}x^5$$

$$0.00602 - 0.0000181202 + 0.0000007272 - 0.0000000032 + 0$$

$$0.0060019522 \div 2.30258509299 = 0.00260661472$$

$$\log_{10} (n+1) - \log_{10} n = \frac{2}{\log_e 10} \left\{ \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{3(2n+1)^3} + \frac{1}{5(2n+1)^5} + \dots \right\}$$

$$n = 100602 \quad 1 \div (2 \times 100602 + 1) \times 2 \div 2.302585 = 0.000004316 \text{ (93)}$$

100602 [93]	0.00260661472 (+0)	7 [71]	0.00262819892 (-3)
3 [88]	0.00261093165 (+0)	8 [67]	0.00263251563 (-6)
4 [84]	0.00261524853 (-2)	9 [62]	0.00263683230 (-9)
5 [80]	0.00261956537 (-3)	10 [59]	0.00264114892 (-8)
6 [75]	0.00262388217 (-3)	11	0.00264546551 (-8)

常用対数の表の作り方をテーマにした冊子を作りました。
もしよろしければ御意見をお知らせ下さい。

12桁の電卓を使い数値計算を確かめることで計算方法の違いを体感できると思います。

- ① 10乗, 100乗, 1000乗... した時の桁数を利用する方法があります。 $\log_{10} 2$ と $\log_{10} 3$ の場合, 12桁の精度でした。
この改良型が $2^{10} = 1.024 \times 10^3$ $2^{196} = 1.009336... \times 10^{59}$
といった $1.000... \times 10^n$ に近い場合をさがす考え方はです。

$7^{510} = 1.000000937... \times 10^{431}$ はとてもめずらしい場合です。
わざと誤差を作って分析しました。2.3補正法を作りました。

- ② 平方根を利用する方法は $\log_{10} \sqrt[n]{10} = \frac{1}{n}$ となることを利用
する考え方です。ブリッグスさんの方法(1624)がどのように
して発見されたのかを考察することで得るものがたくさんあります。

$2^n \sqrt{10}$ の表を作り観察します。 n が大きいとき的小数部分に
着目します。 n が1増えると約半分になります。そこで小数部
を 2^n 倍します。差を作ることで変化が見えやすくなります。

n が1増えると差は約半分になっています。

ある数に近づいていることがわかります。ブリッグスさんは $n=54$
まで計算しました。この数値が大切だと知ったからです。この数値
の使い方は10以外の場合の数値を計算することわかります。

平方根を利用する方法を改良しました。ブリッグスさんは微積分
や自然対数の考え方がなかった時代に $\log_e 10 = 2.302585...$
や $\log_e (1+x) \approx x$ を発見しています。数の語ることは
をしっかりと聞いた結果だと思いました。

- ③ ビュルギさんの考え方は複利計算を元にしてしています。1620年の
数表の正しい使い方について考えてみました。

扉の 230270022 に着目します。

$$1.0001^{23027.0022} = 10 \text{ を示しています。}$$

$$1.0001^{23027} = 9.99999780 \quad (7968)$$

$$1.0001^{23028} = 10.00099780 \quad (7966)$$

区間を直線で近似します。

$$\frac{0.00000022}{0.0010000} = 0.0022$$

このようにすることで 23027.0022 を求めること
ができます。この考え方を数表に使います。

数表の第1頁 より

(12桁の電卓を使用)

赤	黒			
600	100601773	1.0001 ⁶⁰	1.00601773	402
610	11834	1.0001 ⁶¹	1.00611833	579

↑

四捨五入を
してします。

100610000 の時の赤を求めます。

$$\frac{8227}{10061} = 0.817711957 \quad \begin{array}{l} 100610000 - 100601773 \\ 100611834 - 100601773 \end{array}$$

$$600 + 8.17711957 = 608.17711957$$

$$\frac{608.17711957}{230270.022} = 0.00264114761$$

$$0.00264114900 = \log_{10} 1.0061$$

$\log_{10} 1.0061$ の 8 桁の正しい数値を求めることができました。

ビズリギさんの数表を使う場合は $\log_{1.0001} 10 = 23027.0022$ で割ります。対数関数と指数関数が逆関数であることを利用する方法です。平方根を使わない計算方法です。

④ $\log_e(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^5$ を使います。

$$1.0061 = 1 + 0.0061 \quad x \text{ が小さい時は速く計算が進みます。}$$

$$0.0061 - \frac{1}{2} \cdot 0.0061^2 + \frac{1}{3} \cdot 0.0061^3 - \frac{1}{4} \cdot 0.0061^4 + \frac{1}{5} \cdot 0.0061^5$$

$$= 0.0061 - 0.000018605 + 0.00000007566 - 0.00000000034 + 0$$

$$= 0.00608147032 \quad \text{Ans} \div 2.30258509299 = 0.00264114900$$

$$\log_{1.0001} 10 = 23027.0022 \quad \text{③ が正しい数値です。}$$

$$1.0001^{23000} = 9.973035566 \rightarrow 9.97303557$$

$$1.0001^{23001} = 9.974032870 \rightarrow 9.97403287$$

差は 99730

$$9.9731 \left(\frac{6443}{99730} + 23000 \right) \div 23027.0022 = 0.99883017357$$

$$\text{⑥ } 0.99883017372097$$

$$9.9732 \left(\frac{16443}{99730} + 23000 \right) \div 23027.0022 = 0.99883452806$$

$$\text{⑦ } 0.99883452835799$$

$$9.9733 \quad 0.99883888254 \quad \text{⑧ } 0.99883888295135$$

$$9.9734 \quad 0.99884323703 \quad \text{⑨ } 0.99884323750104$$

$$9.9735 \quad 0.99884759151 \quad \text{⑩ } 0.99884759200707$$

$$9.9736 \quad 0.99885194599 \quad \text{⑪ } 0.99885194646944$$

$$9.9737 \quad 0.99885630048 \quad \text{⑫ } 0.99885630088816$$

$$9.9738 \quad 0.99886065497 \quad \text{⑬ } 0.99886065526321$$

$$9.9739 \quad 0.99886500445 \quad \text{⑭ } 0.99886500959461$$

$$9.9740 \quad 0.99886936394 \quad \text{⑮ } 0.99886936388234$$

$$\text{④ } \log_{10}(n+1) - \log_{10} n = \frac{2}{\log_e 10} \left\{ \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{3(2n+1)^3} + \frac{1}{5(2n+1)^5} + \dots \right\}$$

$$n = 99731 \text{ とすると } \frac{2}{\log_e 10} \cdot \frac{1}{199463} = 0.00000435463$$

$$n = 99739 \text{ とすると } \frac{2}{\log_e 10} \cdot \frac{1}{199479} = 0.00000435428$$

$$[10000 \div 99730 \div 23027.0022 = 0.00000435448]$$

$\log_{10} 7 = 0.845098040014257$ の近似分数

12桁の電卓を使います。

$$\begin{array}{rcl}
 \div = & 0.84509804001 & \\
 -1 = & 1.18329466246 & \\
 \div = & 0.18329466246 & \\
 -5 = & 5.45569623566 & \\
 \div = & 0.45569623566 & \\
 -2 = & 2.19444428491 & \\
 \div = & 0.19444428491 & \\
 -5 = & 5.14286136238 & \\
 \div = & 0.14286136238 & \\
 -6 = & 6.99979324948 & \\
 \div = & 0.99979324948 & \\
 -1 = & 1.00020679327 & \\
 \div = & 0.00020679327 & \\
 & 4835.74731421 &
 \end{array}$$

$$0 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4835}}}}}}}$$

分子が1の
連分数

$$0 + (1, 5, 2, 5, 6, 1, 4835)$$

と表示します。

連分数を分数に直す方法 1より小さい時は $\left(\frac{0}{1}\right)$ とする。

$$\begin{array}{l}
 \left(\frac{0}{1}\right) \quad \frac{1}{1} \quad \frac{1/5}{1 \times 1 + 1 \times 5} = \frac{5}{6} \quad \frac{1/2}{1 \times 1 + 6 \times 2} = \frac{11}{13} \\
 \frac{1/5}{5 \times 1 + 11 \times 5} = \frac{60}{71} \quad \frac{1/6}{11 \times 1 + 60 \times 6} = \frac{371}{439} \\
 \frac{1/1}{60 \times 1 + 371 \times 1} = \frac{431}{510} = 0.845098039215 \\
 \frac{1/4835}{371 \times 1 + 431 \times 4835} = \frac{2084256}{2466289} = 0.84509804001
 \end{array}$$

2.3補正法は誤差を分析して作りました

$$7^{510} \text{ の計算 } 510 = 10 \times 12 \times 3$$

$$7^{10} = 2.82475249 \times 10^8$$

$$2.82475249^{10} = 4.6415902844 \times 10^7$$

$$4.6415902844^3 = 1.00000093768 \times 10^2$$

$$8 \times 51 + 7 \times 3 + 2 = 408 + 21 + 2 = 431$$

$$431 \div 510 = 0.84509803921 \quad \text{--- ①}$$

$\log_{10} 7$ の精度のたいへんの良い数値です。精度の悪い数値を作り調べました。

$$7^6 = 1.17649 \times 10^5$$

$$1.17649^{12} = 7.03167647879$$

$$7.03167647879 \div 7 = 1.00452521125$$

$$6 \times 12 - 1 = 71 \quad 5 \times 12 = 60$$

$$7^{71} = 1.00452521125 \times 10^{60}$$

$$60 \div 71 = 0.84507042253 \quad \text{--- ②}$$

$$1.00452521125 - 1 = 0.00452521125$$

$$0.00452521125 \div 71 \div \left(\frac{① - ②}{0.00002961668}\right) = 2.30785 \dots$$

実験値なので 2.3 とします。

2.3補正法の 効能はこの程度です。

$\log_{10} 2$ を求める。

$$2^{10} = 1.024 \times 10^3$$

$$1.024^{20} = 1.60693804417$$

$$\div 1.6 = 1.0043362776$$

$$10 \times 20 - 4 = 196 \quad 3 \times 20 - 1 = 59$$

$$2^{196} = 1.0043362776 \times 10^{59}$$

$$59 \div 196 = 0.30102040816$$

$$0.30102040816 + 0.69892473118 = \boxed{0.99994513934} \quad \textcircled{3}$$

$$1.0043362776 - 1 =$$

$$1.00974195864 - 1 =$$

$$0.0043362776 \div 196 \div 2.3 =$$

$$0.00974195864 \div 93 \div 2.3 =$$

$$0.00000961906$$

$$0.00004554445$$

$$\begin{array}{r} 0.30102040816 \\ + 0.00000961906 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.69892473118 \\ + 0.00004554445 \\ \hline \end{array}$$

$$0.30103002722$$

$$0.69897027563 \quad \textcircled{4}$$

$$0.30103002722 + 0.69897027563 = \boxed{1.00000030285}$$

③よりも④の方が1に近くなりました。

$$2^{10} = 1024 = 1.024 \times 10^3 \quad 1.024 - 1 = 0.024$$

$$3 \div 10 + 0.024 \div 10 \div 2.3 = \underline{\underline{0.30104347826}}$$

$\log_{10} 5$ を求める。

$$5^3 = 1.25 \times 10^2$$

$$1.25^{31} = 1009.74195864$$

$$= 1.00974195864 \times 10^3$$

$$3 \times 31 = 93 \quad 2 \times 31 + 3 = 65$$

$$5^{93} = 1.00974195864 \times 10^{65}$$

$$65 \div 93 = 0.69892473118$$

$\log_{10} 3$ の例

$$3^{19} = 1.29140163 \times 10^8$$

$$1.29140163^9 = 0.99896890958 \times 10^0$$

$$17 \times 9 = 153 \quad 8 \times 9 + 1 = 73$$

$$73 \div 153 = 0.47712418300$$

$$1 - 0.99896890958 = 0.00103109042$$

$$0.00103109042 \div 153 \div 2.3 = 0.00000293006$$

$$0.47712418300 - 0.00000293006 = 0.47712125294$$

$$\div = 0.47712125294$$

$$-2 = 2.09590328210$$

$$\div = 0.09590328210$$

$$-10 = 10.4271718141$$

$$\div = 0.42717181410$$

$$-2 = 2.34097842365$$

$$\div = 0.34097842365$$

$$-2 = 2.93273688491$$

$$\div = 0.93273688491$$

$$-1 = 1.07211370771$$

$$\div = 0.07211370771$$

$$-13 = 13.8669891169$$

$$\div = 0.86698911690$$

$$-1 = 1.15341701586$$

$$\div = 0.15341701586$$

$$-6 = 6.51818179616$$

$$\div = 0.51818179616$$

$$\div = 1.92982464341$$

$$0 + (2, 10, 2, 2, 1, 13, 1, 6, 1)$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 10 \quad 2 \quad 2 \quad 1 \quad 13 \quad 1 \\ 0 \quad 1 \quad 10 \quad 21 \quad 52 \quad 73 \quad 1001 \quad 1074 \\ 1 \quad 2 \quad 21 \quad 44 \quad 109 \quad 153 \quad 2098 \quad 2251 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \quad 1 \\ 7445 \quad 8519 \\ 15604 \quad 17855 \end{array} = 0.47712125455$$

$$17855 = 5 \times 3571 \quad 3571 = 357 \times 10 + 1$$

$$357 = 3 \times 7 \times 17$$

$$((((3^9)^7)^3)^{10} \times 3)^5 = 1.00000695071 \times 10^{2519}$$

$$8 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

$$8 \times 7 \times 3 \times 10 \times 5 = 8400$$

$$2 \times 10 \times 5 = 100$$

$$3 \times 5 = 15$$

$$4$$

$$8400 + 100 + 15 + 4 = 8519$$

$$(1.00000695071 - 1) \div 17855 \div 2.3 = 0.00000000016$$

$$8519 \div 17855 + 0.00000000016 = 0.47712125471$$

2023.11.14

急に寒くなりました。お体に気をつけて下さい。

1.01^x の表を使う常用対数表を作る方法では ± 1 を含む 4 桁のものになってしまいます。そこで数表の数値の続きを
求める方法を考えました。

$\log_{10} 8$ を簡単に求められる $\frac{205}{227}$ と $\log_{10}(1+x)$ の級数展開
の式を使ってまず求めました。次に別解として $\frac{1265}{14013}$ を求める
方法を考えました。 $\log_{10} 6$ の場合では $\frac{7}{9}$ はすぐにみつかり
ます。 $6^9 = 1.0077696 \times 10^9$ で悪くない数値です。この続き
で苦労しました。 $6^5 = 0.7776$ と 6^9 の数値を使うと 28 に
 $[0.2224 \div 0.0077696 = 28.6243822075]$ になりました。

(28)257 から順に 9 乗ずつ増やした表を作りました。

$$\begin{array}{lll} (32) & 293 & 0.99613078580 - 0.0038 \\ (33) & 302 & 1.00387032355 + 0.0038 \end{array} \quad \begin{array}{c} \textcircled{32} + \textcircled{1} \\ \rightarrow \textcircled{1} \end{array}$$

$\textcircled{32} - \textcircled{1} - \textcircled{1}$ を読みとりました。 $293 + 302 = 595$

$$\begin{array}{lll} 6^{302} & 1.00387032355 & \\ 6^{595} & 0.99998613423 & (0.00001386577) \end{array} \quad \begin{array}{c} + \\ \textcircled{595} \rightarrow \textcircled{1} \end{array}$$

(278 = 278 + 1)

$$0.00387032355 \div 0.00001386577 = 279.127920771$$

$$\frac{128949}{165712} < \log_{10} 6 < \frac{129412}{166307}$$

2023.11.13

1.01^x の表を使って作った 4 桁の常用対数表の続きを求める方法

$\log_{10} 8 \approx 0.9031$ を使います。

$$\begin{array}{ll} \div = & 0.9031 \\ -1 = & 1.1072970878 \\ \div = & 0.1072970878 \\ -9 = & 9.31991744141 \\ \div = & 0.31991744141 \\ -3 = & 3.12580644428 \\ \div = & 0.12580644428 \\ -7 = & 7.94871841202 \\ \div = & 0.94871841202 \\ -1 = & 1.05405353931 \\ \div = & 0.05405353931 \\ & 18.5001761728 \end{array}$$

$0 + (1, 9, 3, 7, 1, 18)$
と表示します。

$$0 + \frac{1}{1 + \frac{1}{9 + \frac{1}{3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{1 + \frac{1}{18}}}}}}$$

分子が 1 の
連分数

連分数を分数に直す方法

1 より小さい時は $\left(\frac{0}{1}\right)$ とする。

$$\begin{array}{llll} \frac{1}{1} & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} \\ \left(\frac{0}{1}\right) & \frac{1}{1} & \frac{0 \times 1 + 1 \times 9}{1 \times 1 + 1 \times 9} = \frac{9}{10} & \frac{1 \times 1 + 9 \times 3}{1 \times 1 + 10 \times 3} = \frac{28}{31} & \frac{9 \times 1 + 28 \times 7}{10 \times 1 + 31 \times 7} = \frac{205}{227} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{1} & \frac{1}{18} \\ \frac{28 \times 1 + 205 \times 1}{31 \times 1 + 227 \times 1} = \frac{233}{258} & \frac{205 \times 1 + 233 \times 18}{227 \times 1 + 258 \times 18} = \frac{4399}{4871} \end{array}$$

8^x		1.000... との差	絶対値は
① 1	0.8×10^1	-0.2000	↓ 小くなる。
④ 10	1.073741824×10^9	+0.0737	↓ 小くなる。
③ 31	$0.99035203141 \times 10^{28}$	-0.0096	↓ 小くなる。
② 227	$1.00329130186 \times 10^{205}$	+0.0032	↓ 小くなる。
① 258	$0.99361157889 \times 10^{233}$	-0.0063	↓ 小くなる。
⑧ 4871	$0.89397759835 \times 10^{4399}$	-0.1060	↓ 小くなる。

小さくなるときは、+ をくりかえす。

$\log_{10}(1+x) = \frac{1}{\log_{10}e} \left(x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \dots \right)$ を使います。

1.000... との差の絶対値の一番小さい (+0.0032)

$\frac{205}{227}$ を使います。 $8^{227} = 1.00329130186 \times 10^{205}$

$$1.00329130186 - 1 = 0.00329130186 - a$$

$$\begin{array}{r} 205 \div 227 \qquad 0.90308370044 \\ + a \div 227 \div 2.302585 \qquad + 0.00000629688 \\ - a^2 \div 2 \div 227 \div 2.302585 \qquad - 0.0000001036 \\ + a^3 \div 3 \div 227 \div 2.302585 \qquad + 0.00000000002 \\ \hline 0.90308998698 \\ (991944) \end{array}$$

[別解]

③	31	0.99035203141	-0.00964
②	227	1.00329130186	+0.00329
[1]	258	0.99361157889	-0.00638
[2]	485	0.99688185452	-0.00311
[3]	712	1.00016289362	+0.00016
[4]	939	1.00345473161	+0.00345

② → ① → ③

③は[-]で⑦は[+]なので次にくるのは[-]です。
絶対値の一番小さい[2]になります。その次は[+]です。

[3]は(3-2=1)なので①になります。

[2]と[3]の 1.000... との差の絶対値を調べると次が③

なることがわかります。 $31181 \div 1628 \approx 19.15$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 9 \quad 3 \quad 7 \quad 2 \quad 1 \quad 19 \\ 0 \quad 1 \quad 9 \quad 28 \quad 205 \quad 438 \quad 643 \quad 12655 \\ 1 \quad 1 \quad 10 \quad 31 \quad 227 \quad 485 \quad 712 \quad 14013 \end{array} = 0.90308998786$$

$$\begin{array}{r} 485 \\ ③ \quad 8 \quad 0.99688185452 \quad -0.00311 \\ ① \quad 8^{712} \quad 1.00016289362 \quad +0.00016 \\ 8^x \\ ② \quad 12589 \quad 0.99964601158 \quad -0.00035 \\ ③ \quad 13301 \quad 0.99980884753 \quad -0.00019 \\ ④ \quad 14013 \quad 0.99997171001 \quad -0.00002 \\ ⑤ \quad 14725 \quad 1.00013459902 \quad +0.00013 \end{array}$$

$$(1 - 0.99997171001) \div 14013 = 0.00000000201$$

$$0.00000000201 \div 2.3 = 0.00000000087$$

$$\begin{array}{r} 0.90308998786 \\ - 0.00000000087 \\ \hline 0.90308998699 \end{array}$$

$$\log_{10} 6 \approx 0.7782 \text{ は } 0 + (1.3.1.1.28) \\ 0.7781 \text{ では } 0 + (1.3.1.1.37)$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 1 \quad 1 \quad (28) \quad (37) \\ 0 \quad 1 \quad 3 \quad 4 \quad 7 \quad 200 \quad 263 \\ 1 \quad 1 \quad 4 \quad 5 \quad 9 \quad 257 \quad 338 \end{array}$$

$$6^9 = 1.0077696 \times 10^9$$

0.0077696 を使えば 2^9 の項までの計算で

$$0.77815125037 \text{ になります。}$$

2023.9.16

ブリッグスさんの方法(1624)について

ブリッグスさんの方法(「対数計算」1624年)がどのような性質をもっているのかを知るために $\log_{10} 7$ を計算してみました。

$$\log_{10} 7 \div \frac{2^m (\sqrt[m]{7} - 1)}{2^n (\sqrt[m]{10} - 1)} \quad m, n \text{ を変化させます。}$$

12桁の電卓を使いました。

$$2^{17} = 13102 \quad 2^{18} = 262144 \quad 2^{19} = 524288 \quad 2^{20} = 1048576$$

$\sqrt[m]{7}$	2^{17}	1.00001484621	$(-1) \times 2^{17}$	1.94592243712
$\sqrt[m]{7}$	2^{18}	1.00000742307	$(-1) \times 2^{18}$	1.94591326208
	2^{19}	1.00000371152	$(-1) \times 2^{19}$	1.94590539776
$\sqrt[m]{10}$	2^{18}	1.00000878370	$(-1) \times 2^{18}$	2.30259425280
	2^{19}	1.00000439184	$(-1) \times 2^{19}$	2.30258900992
	2^{20}	1.00000219591	$(-1) \times 2^{20}$	2.30257852416

$$\log_{10} 7 \div \frac{2^{18} (\sqrt[18]{7} - 1)}{2^{19} (\sqrt[19]{10} - 1)} = 0.84509795438$$

980400... ← $\log_{10} 7$

上段で $\log_e 7$ 下段で $\log_e 10$ を近似していることがわかりました。

ブリッグスさんの時代には微積分の考え方はまだありません。

eを底とする自然対数の考え方もまだありません。にもかかわ

らずこの方法を考えたことは大変に素晴らしいことです。

ブリッグスさんの方法を理解する上で次の式が役に立ちました。

2023.9.16

$$(1+x)^a = 1 + ax + \frac{a(a-1)}{2!} x^2 + \frac{a(a-1)(a-2)}{3!} x^3 + \dots$$

($|x| < 1$)

$$\log_e(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

($|x| \leq 1, x \neq -1$)

$$\frac{1+ax}{x} \quad \leftarrow \quad 1 \text{ を引いて } \frac{1}{a} \text{ 倍する。}$$

$[1+ax]$ より 1 を引いて $\frac{1}{a}$ 倍することで $[x]$ にすることが出来ます。 $\sqrt[m]{7}$ の場合の a は $\frac{1}{2^m}$ なので 2^m 倍します。

2^m には $\sqrt[m]{a}$ の a を 1 に近づける役割もします。 $\sqrt[a]{a} \rightarrow \sqrt{1+x}$

① $\log_e(1+x) \rightarrow \log_e a$ 対数で①乗は $\times$ ①になります。

[この方法以前の $\log_{10} N$ を求める考え方]

② N の 10^n 乗の桁数を利用する方法

12桁の電卓を使い簡単に確かめることができます。

[整数部分を1桁に直して10乗]をくり返します。この時 10^n 乗で割る必要があります。その数値(n)をならべるだけです。

$$\log_{10} 2 \text{ では } 30102999566387$$

981195 ←

$$\log_{10} 3 \text{ では } 47712125471957$$

662437 ← 正當

$2^n\sqrt{10}$ の表

(12桁の電卓を使用)

n	2^n	$\frac{1}{2^n}$	$2^n\sqrt{10}$	
0	1	1	10	A
1	2	0.5	3.16227766016	B
2	4	0.25	1.77827941003	C
3	8	0.125	1.33352143215	D
4	16	0.0625	1.15478198468	E
5	32	0.03125	1.07460782831	F
6	64	0.015625	1.03663292843	G
7	128	0.0078125	1.01815172171	H
8	256	0.00390625	1.00903504483	I
9	512	0.001953125	1.00450736424	J
10	1024	0.0009765625	1.00225114828	K
11	2048	0.00048828125	1.00112494139	L
12	4096	0.00024414062	1.00056231259	M
13	8192	0.00012207031	1.00028111678	N
14	16384	0.00006103515	1.00014054851	O
15	32768	0.00003051757	1.00007027128	P
16	65536	0.00001525878	1.00003513527	Q

① 平方根を利用する方法

$$\log_{10} \sqrt[n]{10} = \frac{1}{n} \quad \text{①} + (\text{⑤} - 1) \div 2.30258509299 = 0.69897000445$$

$$\log F = f \quad \log G = g \text{ とすると } \log \sqrt{F \cdot G} = \frac{1}{2}(f + g)$$

$2^n\sqrt{10}$ の表を使う方法がもっとも単純です。

$$\log_{10} 5 \text{ の求め方 } \log_{10} 5 = 0.698970004336018805$$

$$5 \div B = 1.58113883008 - a \quad 0.5$$

$$a \div D = 1.18568685283 - b \quad 0.125$$

$$b \div E = 1.02676251323 - c \quad 0.0625$$

$$c \div H = 1.00845727737 - d \quad 0.0078125$$

$$d \div J = 1.00393218932 - e \quad 0.001953125$$

$$e \div K = 1.00167726526 - f \quad 0.0009765625$$

$$f \div L = 1.00055170323 - g \quad 0.00048828125$$

$$g \div N = 1.0002705104 - h \quad 0.00012207031$$

$$h \div O = 1.00012994362 - i \quad 0.00006103515$$

$$i \div P = 1.00005966764 - j \quad 0.00003051757$$

$$j \div Q = \underline{1.0000245315} - k \quad 0.00001525878$$

$$5 \div k = 4.9998773455 \leftarrow \text{②} \quad \text{合計 } 0.69895935056 \uparrow$$

$$\log_{10} \text{②} = 0.69895935 \quad \text{④}$$

$2^n\sqrt{10}$ の表を観察します。 n が大きくなると時の小数部分に着目します。 n が1つ増えると(2倍になると)約2分の1になります。

そこで小数部分を 2^n 倍します。

$(2^n\sqrt{10} - 1) \times 2^n$ の表		
n		差
9	2.30777049088	
10	2.30517583872	0.00259465216
11	2.30387996672	0.00129587200
12	2.30323236864	0.00064759808
13	2.30290866176	0.00032370688
14	2.30274678784	0.00016187392
15	2.30266568704	0.00008110080
16	<u>2.30262505472</u>	<u>0.00004063232</u>

n が1つ増えると差は約2分の1になっています。

ある数に近づいていることがわかります。

$$2.302625 - 0.000040 = 2.302585$$

ブリッグスさんの式の下半分ができました。

$$2^n (2^n\sqrt{10} - 1) \text{ です。}$$

10以外の数で同じことをします。

$$(2^n\sqrt{5} - 1) \times 2^n$$

n		差
13	1.60959594496	
14	1.60951681024	0.00007913472
15	1.60947699712	0.00003981312
16	<u>1.60945668096</u>	<u>0.00002031616</u>

$$1.609457 - 0.000020 = 1.609437$$

他の方法ですぐにわかっている $\log_{10} 5$ の数値との比を調べます。

$$1.609437 \div 0.698970 = 2.3025838...$$

2.30258... の数値の使い方がわかりました。

このようにしてブリッグスさんの式が生まれたのだと思います。

$$\log_{10} a \doteq \frac{2^n (2^n\sqrt{a} - 1)}{2^n (2^n\sqrt{10} - 1)} \doteq \frac{\log_e a}{\log_e 10}$$

1.00 ~ 9.99

〔常用対数表の効率的な作り方〕

ブリッグスさんの10を底とする考え方と ⁽¹⁵⁵²⁻¹⁶³²⁾ ビュルギさんの指数関数
 を利用する考え方を合体することで、 1.01^x の表を使い 4桁程度
 の表を作ることができました。精度を良くするには 1.001^x の表と
 $\log_{1.001} 10 = 2303.7362$ を使います。

〔今日の方法〕 自然対数を求め $\log_e 10 = 2.3025850929940456840 \dots$
 で割って常用対数に直します。(式の改良 ①→③)

$$\textcircled{1} \log_e (1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^5 - \dots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$\textcircled{2} \log_e \frac{1+x}{1-x} = 2 \left(x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{7}x^7 + \dots \right) \quad |x| < 1$$

$$\log_e k \text{ を求める時の } x \text{ の決め方} \quad x = \frac{k-1}{k+1}$$

$$k=2 \quad x = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3} \quad k=3 \quad x = \frac{3-1}{3+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{3} \log_e P = \frac{1}{2} \log_e (P-1) + \frac{1}{2} \log_e (P+1) \\ + \frac{1}{2P^2-1} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2P^2-1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{1}{2P^2-1} \right)^5 + \dots$$

$$P=7 \quad \begin{matrix} 6 = 2 \times 3 \\ 8 = 2 \times 2 \times 2 \end{matrix} \quad P=11 \quad \begin{matrix} 10 = 2 \times 5 \\ 12 = 2 \times 2 \times 3 \end{matrix}$$

小さい素数の数値を使うことで効率的に求めることができます。

〔ブリッグスさんの考えた式〕

$$\log_{10} a \doteq \frac{2^m (\sqrt[m]{a} - 1)}{2^n (\sqrt[n]{10} - 1)} \doteq \log_e a$$

$$\log_{10} 10 \doteq \frac{2^m (\sqrt[m]{10} - 1)}{2^n (\sqrt[n]{10} - 1)} \doteq \log_e 10$$

$$\log_{10} 7 \doteq \frac{2^{18} (\sqrt[18]{7} - 1)}{2^{19} (\sqrt[19]{10} - 1)} = \frac{1.94591326208}{2.30258900992} = 0.84509795438$$

$$\log_e 7 = 1.9459101490 \dots \quad \log_{10} 7 = 0.8450980400 \dots$$

12桁の電卓を使いました。ブリッグスさんは10の 2^{54} 乗根を使いました。

〔シェトレーレさんの考えた式 (1743)〕

$$2^x \doteq \frac{24 + 10x}{24 - 7x} \quad (0 \leq x \leq 1) \quad \begin{matrix} x=0 \rightarrow 1 \\ x=1 \rightarrow 2 \end{matrix}$$

平均律関数の単純で実用的な近似式です。

この式を使って $\sqrt{7}$ を求めてみました。(2を底とする対数計算)

$$\textcircled{1} \log_2 7 \text{ を求めます。} \quad 4 = 2^2 \quad 8 = 2^3 \quad \text{より } 7 \doteq 2^{2.75}$$

$$2.75 = 2 + 0.75 \quad 2 + \frac{24 \times 0.75}{17 + 7 \times 0.75} = 2.80898876404 \quad \textcircled{A}$$

$$\textcircled{2} 5 \text{乗根なので } \textcircled{A} \div 5 \text{ とします。} \quad x = 0.5617977528$$

$$\textcircled{3} 2^x \text{ を求めます。}$$

$$\frac{24 + 10 \times 0.5617977528}{24 - 7 \times 0.5617977528} = 1.47592385217$$

$$ans^5 = 7.00357456514$$

$$\textcircled{1} \frac{24x}{17+7x} \text{ の考え方} \quad \textcircled{II} \frac{24+10x}{24-7x} - 1 = \frac{17x}{24-7x} \quad \begin{matrix} x=0 \rightarrow 0 \\ x=1 \rightarrow 1 \end{matrix}$$

$$\textcircled{2} x=0.5 \text{ の時 } 0.4146 \text{ なの } 2 \quad 1 - 0.4146 = 0.5854 \text{ とします。真数は } 0.5854 \dots \\ 1 - \frac{17(1-x)}{24-7(1-x)} = 1 - \frac{17-17x}{24-7+7x} = \frac{17+7x-17+17x}{17+7x} = \frac{24x}{17+7x}$$

2023.9.20

常用対数表 1.00 - 9.99 の作り方

12桁の電卓を使い 1.01^x の表を作ります。四捨五入して小数点以下4桁にします。 $\log_{1.01} 10 = 231.408$ を使います。

$$A = 1.01^x < N < 1.01^{x+1} = B \text{ とします。}$$

$$\log_{1.01} N = x + \frac{N-A}{B-A} \quad \text{区間を直線で近似します。}$$

$$\log_{10} N = \frac{\log_{1.01} N}{\log_{1.01} 10} \quad \text{底を 1.01 から 10 に変換します。}$$

x	N		$\log_{1.01} N$	$\log_{10} N$
1	1.0100	1.01	1.000	0.0043
2	1.0201	1.02	1.990	0.0086
3	1.0303	1.03	2.971	0.0128
4	1.0406	1.04	3.942	0.0170
5	1.0510	1.05	4.904	0.0212
6	1.0615	1.06	5.857	0.0253
7	1.0721	1.07	6.802	0.0294
8	1.0829	1.08	7.731	0.0334
9	1.0937	1.09	8.657	0.0374
10	1.1046	1.10	9.578	0.0414
11	1.1157	1.11	10.486	0.0453
12	1.1268	1.12	11.387	0.0492
13	1.1381	1.13	12.283	0.0531
14	1.1495	1.14	13.167	0.0569
		1.15	14.043	0.0607
15	1.1610	1.16	14.913	0.0644
16	1.1726	1.17	15.776	0.0682
17	1.1843	1.18	16.632	0.0719
18	1.1961	1.19	17.483	0.0756
19	1.2081	1.20	18.325	0.0792
		1.21	19.157	0.0828
20	1.2202	1.22	19.983	0.0864

2023.9.16

7.93 - 8.00

N	a/792
7.93	78
7.94	178
7.95	278
7.96	378
7.97	478
7.98	578
7.99	678
8.00	778

80014 - 79222 = 792

$\log_{1.01} N$	$\log_{10} N$	208	7.9222
208.098	0.8993	209	8.0014
208.225	0.8998		
208.351	0.9004		
208.477	0.9009		
208.604	0.9015		
208.730	0.9020		
208.856	0.9025		
208.982	0.9031		

8.93 - 9.01

N	a/893
8.93	31
8.94	131
8.95	231
8.96	331
8.97	431
8.98	531
8.99	631
9.00	731
9.01	831

90162 - 89269 = 893

$\log_{1.01} N$	$\log_{10} N$	220	8.9269
220.035	0.9509	221	9.0162
220.147	0.9513		
220.259	0.9518		
220.371	0.9523		
220.483	0.9528		
220.595	0.9533		
220.707	0.9538		
220.819	0.9542		
220.931	0.9547		

9.96 - 10.05

N	a/996
9.96	5
9.97	105
9.98	205
9.99	305
10.00	405
10.01	505
10.02	605

100591 - 99595 = 996

$\log_{1.01} N$	$\log_{10} N$	231	9.9595
231.005	0.9983	232	10.0591
231.105	0.9987		
231.206	0.9991		
231.306	0.9996		
231.407	1.0000		
231.507	1.0004		
231.607	1.0009		

1.01^x

x		x		x		x	
1	1.0100	36	1.4308	71	2.0268	106	2.8712
2	1.0201	37	1.4451	72	2.0471	107	2.8999
3	1.0303	38	1.4595	73	2.0676	108	2.9289
4	1.0406	39	1.4741	74	2.0882	109	2.9582
5	1.0510	40	1.4889	75	2.1091	110	2.9878
6	1.0615	41	1.5038	76	2.1302	111	3.0177
7	1.0721	42	1.5188	77	2.1515	112	3.0479
8	1.0829	43	1.5340	78	2.1730	113	3.0783
9	1.0937	44	1.5493	79	2.1948	114	3.1091
10	1.1046	45	1.5648	80	2.2167	115	3.1402
11	1.1157	46	1.5805	81	2.2389	116	3.1716
12	1.1268	47	1.5963	82	2.2613	117	3.2033
13	1.1381	48	1.6122	83	2.2839	118	3.2354
14	1.1495	49	1.6283	84	2.3067	119	3.2677
15	1.1610	50	1.6446	85	2.3298	120	3.3004
16	1.1726	51	1.6611	86	2.3531	121	3.3334
17	1.1843	52	1.6777	87	2.3766	122	3.3667
18	1.1961	53	1.6945	88	2.4004	123	3.4004
19	1.2081	54	1.7114	89	2.4244	124	3.4344
20	1.2202	55	1.7285	90	2.4486	125	3.4687
21	1.2324	56	1.7458	91	2.4731	126	3.5034
22	1.2447	57	1.7633	92	2.4979	127	3.5385
23	1.2572	58	1.7809	93	2.5228	128	3.5738
24	1.2697	59	1.7987	94	2.5481	129	3.6096
25	1.2824	60	1.8167	95	2.5735	130	3.6457
26	1.2953	61	1.8349	96	2.5993	131	3.6821
27	1.3082	62	1.8532	97	2.6253	132	3.7190
28	1.3213	63	1.8717	98	2.6515	133	3.7561
29	1.3345	64	1.8905	99	2.6780	134	3.7937
30	1.3478	65	1.9094	100	2.7048	135	3.8316
31	1.3613	66	1.9285	101	2.7319	136	3.8700
32	1.3749	67	1.9477	102	2.7592	137	3.9087
33	1.3887	68	1.9672	103	2.7868	138	3.9477
34	1.4026	69	1.9869	104	2.8146	139	3.9872
35	1.4166	70	2.0068	105	2.8428	140	4.0271

1.01^x

x		x		x	
141	4.0674	176	5.7618	211	8.1622
142	4.1080	177	5.8195	212	8.2439
143	4.1491	178	5.8777	213	8.3263
144	4.1906	179	5.9364	214	8.4096
145	4.2325	180	5.9958	215	8.4937
146	4.2748	181	6.0558	216	8.5786
147	4.3176	182	6.1163	217	8.6644
148	4.3608	183	6.1775	218	8.7510
149	4.4044	184	6.2393	219	8.8385
150	4.4484	185	6.3016	220	8.9269
151	4.4929	186	6.3647	221	9.0162
152	4.5378	187	6.4283	222	9.1064
153	4.5832	188	6.4926	223	9.1974
154	4.6290	189	6.5575	224	9.2894
155	4.6753	190	6.6231	225	9.3823
156	4.7221	191	6.6893	226	9.4761
157	4.7693	192	6.7562	227	9.5709
158	4.8170	193	6.8238	228	9.6666
159	4.8652	194	6.8920	229	9.7633
160	4.9138	195	6.9609	230	9.8609
161	4.9630	196	7.0305	231	9.9595
162	5.0126	197	7.1009	232	10.0591
163	5.0627	198	7.1719		
164	5.1133	199	7.2436		
165	5.1645	200	7.3160		
166	5.2161	201	7.3892		
167	5.2683	202	7.4631		
168	5.3210	203	7.5377		
169	5.3742	204	7.6131		
170	5.4279	205	7.6892		
171	5.4822	206	7.7661		
172	5.5370	207	7.8438		
173	5.5924	208	7.9222		
174	5.6483	209	8.0014		
175	5.7048	210	8.0814		