

積分法における1つの目標について

—数学Ⅱにおいて—

飯島光治(埼玉)

はじめに

2007年数教協全国大会での講座積分  
で、浅間士人(千葉)より、物理の教師は  
全圧力を求めるのに、積分の式で求める。

とありました。これを聞いて、この式の意  
味を理解できることが、積分法の1つの目  
標に存るのではと思われました。理解するに

は、区分求積法の考えが必要です。現在数  
学Ⅱで、区分求積を用いている教科書はな  
く、数学以外の分野にでてくる種々の量に  
関する積分の式を、理解できなくなりました。

この講座では、30名中8名が区分求積  
で導入しているとわかりました。

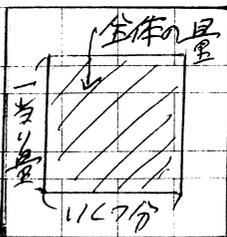
### 1 積分で求まる量

かけ算の意味の1つとして、1当り量×

いくつ分=全体の量 があり、小学校の時

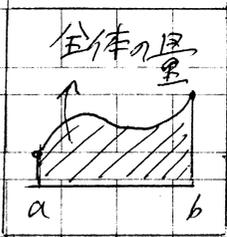
は、1当り量が一定ですが、1当り量が変化するときの総量を求める計算が、積分です。

即ち独立変量のある区間での総量を求めるには、この区間を細かく分けて、その1つ1つの区間では、1当り量が一定とみま

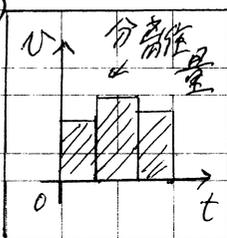


<図1>

て、(そうみませる程、分ける) 各区間での全体量を求め、それらの総和の計算が、定積分です。

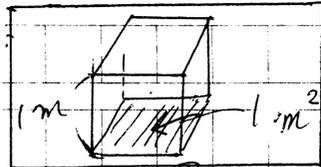


10 (区間で分離量ならば、 $\sum$ (シグマ)で良いが、連続量の場合は  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum$  の (インテグラル)になる。(注)



2 全圧力を求める。

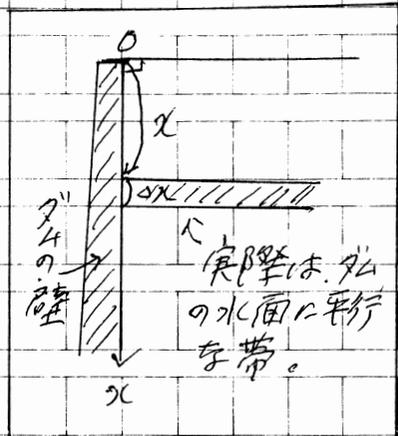
15 ①単位面積当たり、深さ1mの水の圧力を、基本単位として  $1 \text{ N/m}^2$ ,  $1 \text{ N/m}^3$  とする。<sup>\*</sup> 従って単位面積当たり、深さ  $x \text{ m}$  ならば、 $x \text{ N/m}^2$ 。面積  $S \text{ m}^2$ , 深さ  $x \text{ m}$  ならば  $S \cdot x \text{ N/m}^2$ 。<sup>\*</sup>



<図4>

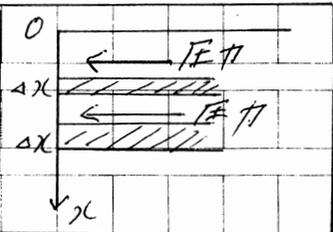
(例1) 高さ50m, 幅100mの鉛  
 直な壁によつて作られたダムがある。水が  
 このダムの壁に及ぼす全圧力の大きさを求  
 めよ。(注2)

解) 右図で, 原点Oから  
 の深さ  $x$  m の所に, 深さ  
 $\Delta x$  m の微小な帯を考  
 へると, ここに及ぼす圧力の強  
 さは, その単位面積当り



$x$  (t/m<sup>2</sup>)で, この微小部分の  
 面積は,  $100 \cdot \Delta x$  (m<sup>2</sup>)。

図4, の  $\Delta x$  の帯での圧力は  
 $x \cdot 100 \Delta x$ 。各  $\Delta x$  での  
 圧力を集める。連続量 (高さ



は) より  $P = \int_0^{50} 100x dx$  <図6>  
 $= 125000$  (t)

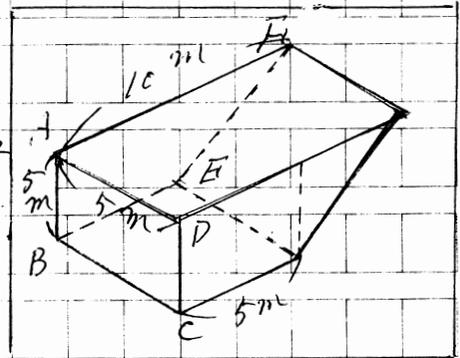
(注)  $dx$  は  $\Delta x \rightarrow 0$  の時の  $\Delta x$ 。  $\Delta x \neq 0$

問(1) たてが4m, 横3m, 深さ2mの直  
 方体の水をうりに, 密度0.8 t/m<sup>3</sup>のガソリン

が満ちてしてある。この水そうの4つの側面  
のおのおのに働く全圧力の大きさを求めよ。

(2) 底面が、たて4m、横3mの長方形  
で、深さが2mの四角すい状の容器だった  
らどうか。

(例2) 水の中の深さ  
 $x$  mのとこでは、 $1\text{m}^2$   
あたり  $x$  t の圧力がかかっ  
てくる。それでは、右図



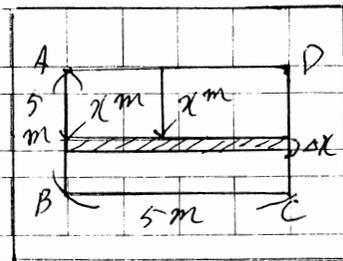
のような用水池の側壁に  
かかる圧力は、何tになるだろうか？

- (1) ABCD にかかる全圧力は、何tか
- (2) AB E F にかかる全圧力は、何tか。(注3)

解) (1)  $\Delta x$  の帯の圧力は、

$x \times 5 \Delta x$  より、全圧力は

$$P = \int_0^5 x \times 5 dx = \frac{125}{2} \text{ t}$$

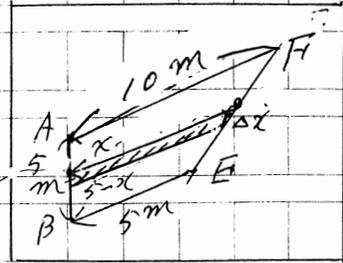


(2) 図9で、図形 B E G H <図8.>

の図形 B E A F より  $(5-x) : 5 = y$

∴  $10 \rightarrow y = 10 - 2x$

∴  $P = \int_0^5 x \times (10 - 2x) dx$   
 $= \frac{125}{3} \text{ t}$

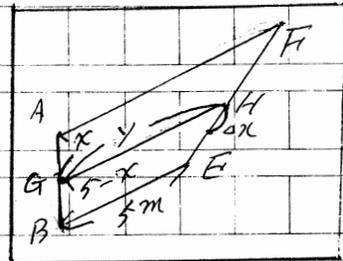


<図9>

(例3) はじめにでのいた

浅間±んは、黒板に

$\int_0^{100} x \text{ g/cm}^2 \times 100 \text{ cm} dx \text{ cm}$



<図10>

の式を書きました。

すよとこれは、以上より

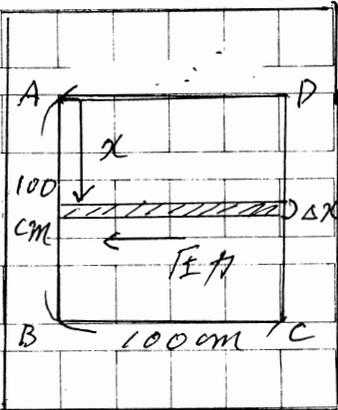
図10のような水そう(±らに

深± 100 cm、たて 100 cm、

横 100 cm として)の側面

ABににかかる全圧力という二

とになります。



<図11>

すよと

(注1) 導関数  $\frac{dy}{dx}$  は、局所(瞬間)1当

り量を求める計算とあります。種々の量に

おける。例、瞬間速度、面積の増加率。

(注2) 「数学Ⅲ」(日本文教出版 19

69 刊)より。問(1)、(2)もこの教科書より。

ここには、物理への応用として5頁ある。

遠山、銀林先生他4名の著作。

(注3) 小林俊道士人(東京)の実践レポート

5 一人より。「積分で求まる量」(飯島「

数学教室」1993年6月号)で取り上げる。

現在読み直してみると、内容をめかっ

ていたのかの感します。方向は良いと思

ます。講座での浅間士人の発言に、感謝。

10 (2007.8.10 記)

(追記) 以上の内容は、「本来の積分指

導を一数学Ⅱにおける」と関連し、17の

具体化になっています。

15

20