

2元1次不定方程式をとく 959

例4 $24x + 15y = 6$ をみたす整数の組 (x, y) を一求めよ。

<解法①>

$$15y = 6 - 24x$$

$$y = \frac{6 - 24x}{15} = \frac{15 - 15x - 9 - 9x}{15}$$

$$= 1 - x - \frac{9}{15}(1+x)$$

$$1+x = 5m \quad (m \text{ は整数}) \text{ とおくと } x = 5m - 1$$

$$y = 1 - x - \frac{3}{5} \times 5m = 1 - x - 3m$$

$$= 1 - (5m - 1) - 3m = 1 - 5m + 1 - 3m$$

$$= 2 - 8m$$

$$\text{一般解} \begin{cases} x = -1 + 5m \\ y = 2 - 8m \end{cases} \quad (m \text{ は整数})$$

一つの整数の組は $m=0$ とおくと

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

解き方のポイントは、 x と y の係数の小さい方を左辺にして考える。右辺の分子を分母の数と同じにするように工夫する。

<解法②>

$$24x + 15y = 6$$

全体を3で割ると

$$8x + 5y = 2$$

2-7の互除法

$$\begin{array}{r|l} 1 & \begin{array}{l} 8 \\ 5 \\ 3 \\ 2 \\ \hline \textcircled{1} \end{array} \\ \hline 1 & \begin{array}{l} 5 \\ 3 \\ 2 \\ \hline \textcircled{2} \end{array} \end{array} \quad | \quad \begin{array}{l} 5 \\ 3 \\ \hline \textcircled{1} \end{array}$$

$$\begin{cases} 8 = 5 \times 1 + 3 \\ 5 = 3 \times 1 + 2 \\ 3 = 2 \times 1 + 1 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} a \div b = c \dots d \\ \text{は} \\ \alpha = b \times c + d \\ \text{に直せば} \end{array} \right\}$$

$$(5 \times 1 + 3)x + 5y = 2$$

$$5(x+y) + 3x = 2$$

$$(3 \times 1 + 2)(x+y) + 3x = 2$$

$$3(x+y+x) + 2(x+y) = 2$$

$$\textcircled{2} \times 1 + \textcircled{1} \quad (2x+y) + 2(x+y) = 2$$

$$\textcircled{2} (2x+y+x+y) + \textcircled{1} (2x+y) = 2$$

$$\textcircled{2} (3x+2y) + \textcircled{1} (2x+y) = 2$$

$$2x+y = m \text{ とおくと}$$

$$\textcircled{2} (3x+2y) + m = 2$$

$$6x+4y = 2-m$$

連立して

$$\begin{cases} 2x+y = m \quad \dots \textcircled{1} \\ 6x+4y = 2-m \quad \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 3 - \textcircled{2}$$

$$\begin{array}{r} 6x+3y = 3m \\ -) 6x+4y = 2-m \\ \hline -y = -2+4m \end{array}$$

$$\therefore y = 2 - 4m \quad \dots \textcircled{3}$$

③を①(2代)

$$2x + (2 - 4m) = m$$

$$2x = -2 + 4m + m$$

$$2x = -2 + 5m$$

$$\therefore x = -1 + \frac{5}{2}m$$

$$\begin{cases} x = -1 + \frac{5}{2}m \\ y = 2 - 4m \end{cases}$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$m=0 \text{ とおくと}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\text{一般解は}$$

$$\begin{cases} x = -1 + 5m \\ y = 2 - 8m \end{cases}$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$(m \text{ は整数})$$