

10. 関数  $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$  ( $x > 0$ ) 11月 日

(1)  $f(1) = 1, f(2) = \sqrt{2} \approx 1.414, f(e) = \sqrt{e} \approx 1.452$   
 $f(3) = \sqrt{3} \approx 1.450, f(4) = \sqrt{4} = 2 \approx 1.414, f(5) \approx 1.380$

(2)  $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$  より  $\log f(x) = \frac{1}{2} \log x = \frac{\log x}{2}$

$x$  で微分すると  $\frac{1}{f(x)} \cdot f'(x) = \frac{1 - \log x}{2x}$

$\therefore f'(x) = \frac{1 - \log x}{2x} \cdot \sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = e$

$f''(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x^2} \{ (1 - \log x)^2 - 2x(1 - \log x) - x \}$

$f''(4) < 0$  より  $x = 4$  で上凸  
 $f''(e^2) > 0$  より  $x \approx 4.2$  で下凸 }  $\therefore 4 < x < 4.2$  に変曲点あり.

{	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$	{	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$
	$\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = \infty$		$\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$

以上の条件で増減表を作ると

$x$	0	1	2	$e$	3	4	変曲点	5	$\rightarrow \infty$
$f(x)$	0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{e}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$			$\rightarrow 1$
			1.414	1.452	1.450	1.414			

$y = f(x) = \sqrt[2]{x}$  のグラフ

